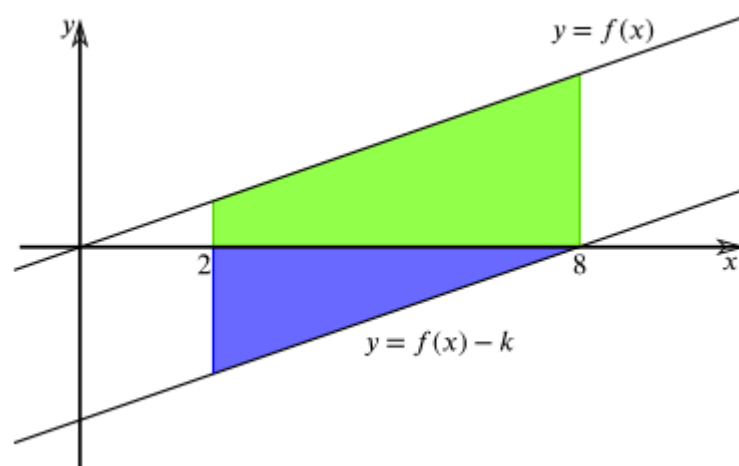


מועדון ה-5 – קהילות מורים למתמטיקה ברמת 5 יח"ל

בין שני קווים בעיה אחת ולה פתרונות רבים



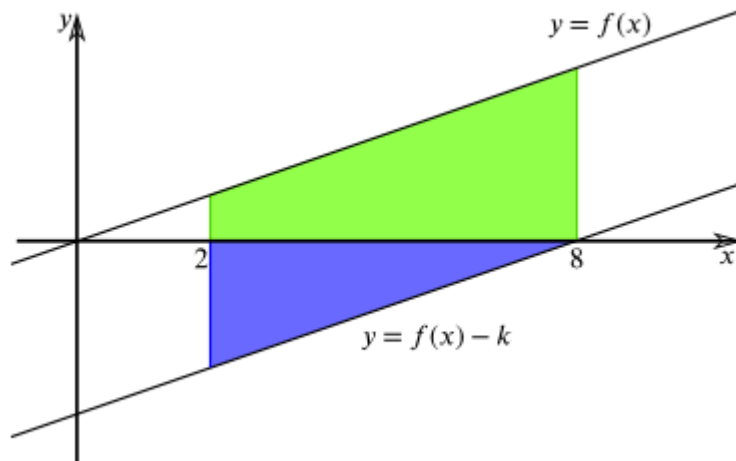
סמדר זמיר

מיכל מלר

בין שני קווים בעיה אחת ולה פתרונות מרובים הנחיות:

- הציגו בפני המשתתפים (על מצגת/דף) את השרטוט הנ"ל ושאלו:
 - (1) מה ניתן להגיד על השרטוט?
 - (2) איזה שאלות ניתן לשאול?
- הוסיפו את הנתון לפיו שטח הטרפז הירוק הוא 12. ובקשו מהם בשלב ראשון לחשב את שטח המשולש הכחול.
- הציגו את הפתרונות השונים במליאה.
- הציגו פתרונות נוספים ובקשו מהמורים למיין אותם.
- ערכו דיון ודונו בנקודות הבאות:
 - איזה ידע נדרש לפתרון המשימה?
 - לאיזה כיתה היא מתאימה?
 - איזה עקרונות (דידקטים?) מדגימה השאלה? (אסטרטגיה לפתרון בעיות **'נתונים מדברים'**)- ושאלה מה ניתן להפיק מהנתונים שיכולה להוביל לניסוח בעיות ברמות שונות ולפיתוח חשיבה, ריבוי פתרונות, יישומיות, התאמה לשלבי הוראה שונים)
- בקשו מהמשתתפים להתאים את השאלה לתלמידים חלשים/מתקדמים. בשלב זה של הקהילה, ייתכן וההוראה לא תהיה ברורה ולכן ניתנת האפשרות לחלק שתי הגרסאות נוספות לניסוח השאלה ואז לדון במהות השינוי. עודדו את המשתתפים לייצור גרסה משלהם (לתלמיד חלש/מתקדם לבחירתם).
- **חוקרים את הפרקטיקה**
 - בקשו מהמורים המלמדים בכיתה י' להציג את המשימה בפני התלמידים ולהביא חוויות מהתנסות זו במפגש הבא.

דף מס' 2: בין שני קווים



נתון כי שטח הטרפז הירוק שווה ל-12. חשב את שטח המשולש המסומן.

דף מס' 3: בין שני קווים

גרסה ב' (אותה שאלה ללא שרטוט)

הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ הן שתי פונקציות קוויות בעלות שיפוע חיובי, כך ש:

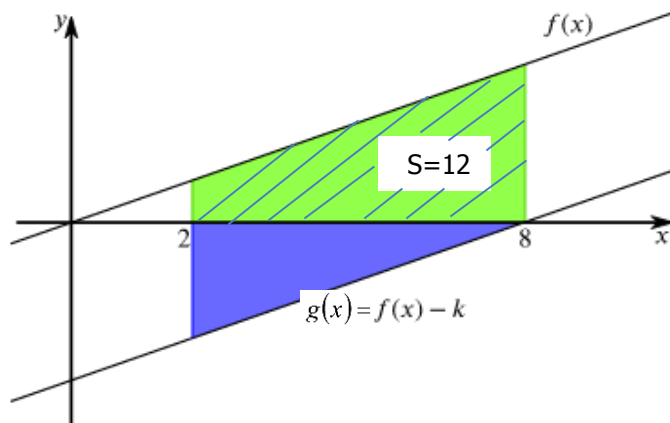
- $f(x)$ עוברת בראשית ראשית הצירים ו- $g(x) = f(x) - k$.
- $g(x)$ חותכת את ציר ה- x בנקודה $(8,0)$.
- דרך הנקודה $(8,0)$ מעלים אנך.
- הישר $x = 2$ חותך את הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ כך ששטח הטרפז שנוצר בין ציר ה- x , הפונקציה $f(x)$, אנך והישר $x = 2$ שווה ל-12.

א. שרטט סקיצה המתארת את נתוני השאלה.

ב. חשב את שטח המשולש הנוצר בין הפונקציה $g(x)$ לבין הישר $x = 2$.

ג. מצא דרך נוספת לחשב את שטח המשולש.

גרסה ג'



מצא את שלושת קודקודי הטרפז החסום בין שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, הישר $x = 2$ והישר העובר דרך הנקודה $(8,0)$ אם נתון ששטח הטרפז שווה ל-16.8.

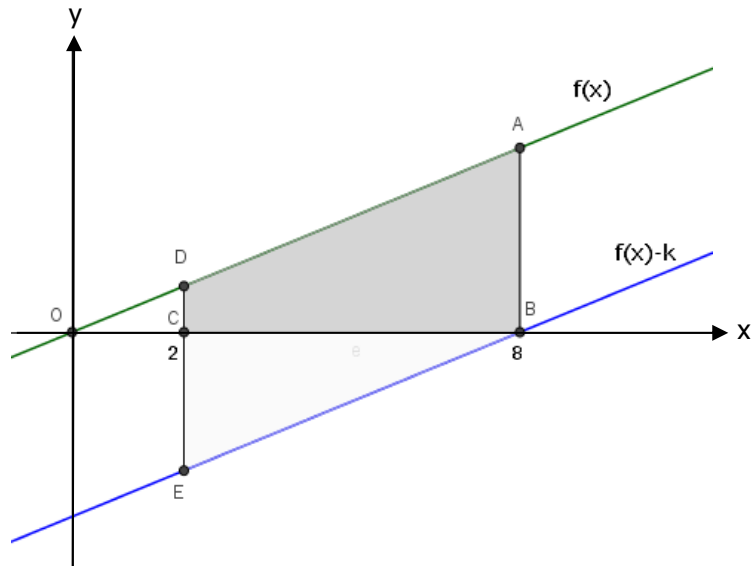
גרסה ד':

הציעו גרסה משלכם למשימה

3. פתרונות בין שני קווים

תודה מיוחדת לסרגיי על הפתרונות ששלח.

1. אנליטית-משוואת ישר



משוואת הישר: $f(x) = mx$

ולכן: $y_A = 8m \quad y_D = 2m$

שטח הטרפז: $2 = \frac{(2m+8m) \cdot 6}{2}$

$$M=0.4$$

$$g(x) = f(x) - k = 0.4x - k$$

נתון: $g(8) = 0$

ולכן: $0.4 \cdot 8 - k = 0 \rightarrow k = 3.2$

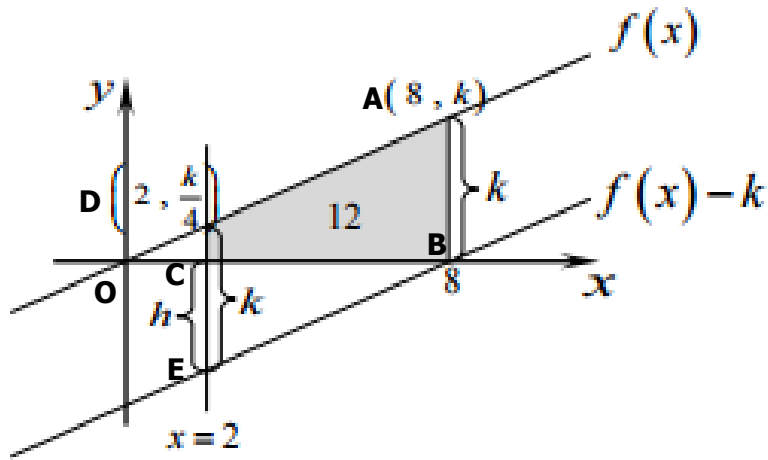
$$g(2) = 0.4 \cdot 2 - 3.2 = -2.4$$

$$=7.2$$

$$S_{\Delta BEC} = \frac{6 \cdot 2.4}{2}$$

מועדון ה-5 – קהילות מורים למתמטיקה ברמת 5 יח"ל

2. גיאומטריה-הפרש של שטחי משולשים ותלס



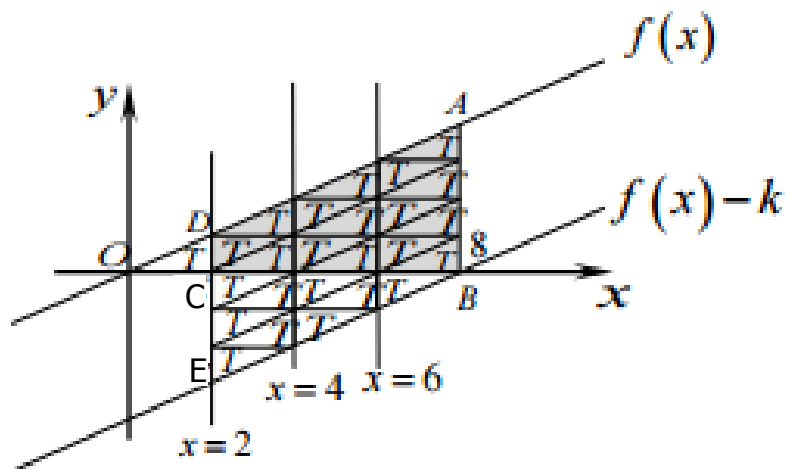
1. נסמן: $AB = DE = k$ צלעות נגדיות במקבילית שוות
2. הרחבה לתלס $\frac{OC}{OB} = \frac{CD}{AB} = \frac{CD}{k} = \frac{1}{4} \Rightarrow CD = \frac{k}{4} \Rightarrow D\left(2, \frac{k}{4}\right)$
3. $S_{ABCD} = S_{ABO} - S_{DCO} = \frac{8k}{2} - \frac{2 \cdot \frac{k}{4}}{2} = 12 \Rightarrow k = 3.2$
4. $\frac{k}{4} = 0.8 \Leftrightarrow h = \frac{3k}{4} = 2.4 \Rightarrow S_{BCE} = \frac{2.4 \cdot 6}{2} = 7.2$

3. גיאומטריה-שטח מקבילית ותלס

1. $S_{ABED} = CB \cdot AB = 6k$ שטח מקבילית (צלע כפול גובה)
2. $S_{BCE} = 6k - 12 = 6(k - 2) = \frac{6h}{2} \Leftrightarrow k - 2 = \frac{h}{2}$
3. הרחבה לתלס $\frac{OC}{CB} = \frac{DC}{CE} \Leftrightarrow \frac{k-h}{h} = \frac{2}{6} \Rightarrow h = \frac{3}{4}k$
4. מ-2 ו-3 נקבל ש: $k = 3.2 \Rightarrow S_{BEC} = 7.2$

מועדון ה-5 – קהילות מורים למתמטיקה ברמת 5 יח"ל

4. גיאומטריה-הוכחה ללא מילים



5. גיאומטריה-שטחים ותלס

1. נסמן: $AB = DE = k$ צלעות נגדיות במקבילית שוות

2. הרחבה לתלס $\frac{OC}{OB} = \frac{CD}{AB} = \frac{CD}{k} = \frac{1}{4} \Rightarrow CD = \frac{k}{4}$

3. הרחבה לתלס $\frac{OC}{CB} = \frac{DC}{CE} \Leftrightarrow \frac{k-CE}{CE} = \frac{2}{6} \Rightarrow CE = \frac{3}{4}k$

5. נעביר את הישרים $x=2$ ו- $x=4$.

6. נעביר ישרים מקבילים לציר ה- x שהמרחק ביניהם $\frac{k}{4}$

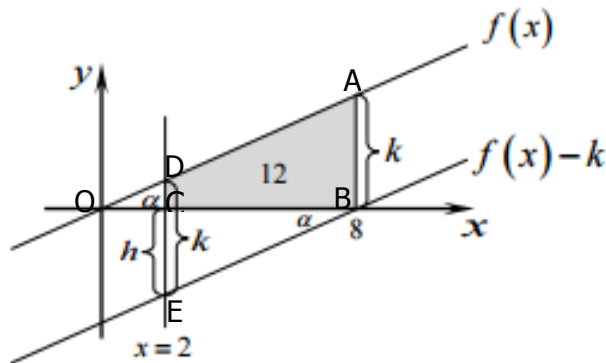
7. נסמן: $S_{\Delta ODC} = T$

8. $S_{ABCD} = 15T = 12$

9. $S_{\Delta BCE} = 9T = \frac{3}{5}S_{ABCD} = 7.2$

מועדון ה-5 – קהילות מורים למתמטיקה ברמת 5 יח"ל

6. טנגס הזווית חזויות מתחלפות

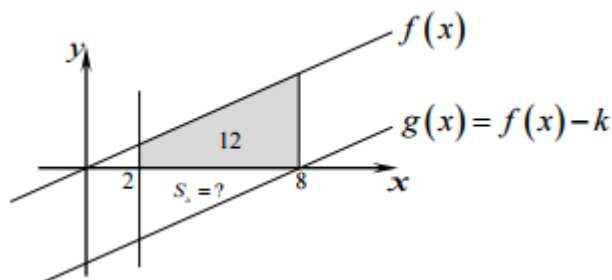


$$\tan \alpha = \frac{k}{8} = \frac{h}{6} \Rightarrow k = \frac{4}{3}h \quad .1$$

$$S_{ABCD} = 12 = \frac{(k+k-h) \cdot 6}{2} = \frac{\left(\frac{8}{3}h-h\right) \cdot 6}{2} = \frac{\frac{5}{3}h \cdot 6}{2} \Rightarrow h = \frac{12}{5} \quad .2$$

$$S_{BCE} = \frac{h \cdot 6}{2} = 3h = 3 \cdot \frac{12}{5} = 7.2 \quad .3$$

7. אינטגרלים



$$g(x) = mx - k, \quad f(x) = mx \quad .1$$

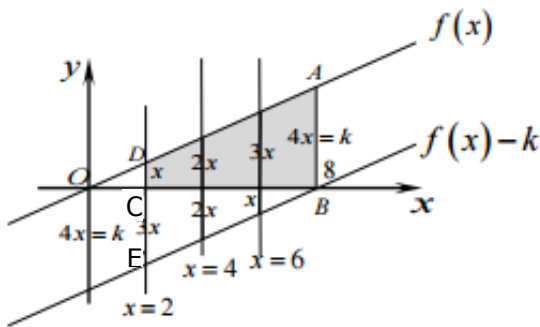
$$\int_2^8 mx dx = \left[\frac{mx^2}{2} \right]_2^8 = \frac{m}{2}(8-2)(8+2) = 30m = 12 \Rightarrow m = 0.4 \quad .2$$

$$g(x) = 0.4x - k; \quad g(8) = 3.2 - k = 0 \Rightarrow k = 3.2 \quad .3$$

$$S_{\Delta BEC} = \int_2^8 (3.2 - 0.4x) dx = \left[3.2x - 0.2x^2 \right]_2^8 = 7.2 \quad .4$$

מועדון ה-5 – קהילות מורים למתמטיקה ברמת 5 יח"ל

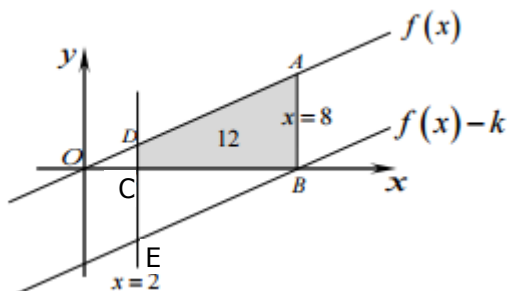
8. תלס וצלעות נגדיות במקבילית שוות



$$S_{ABCD} = \frac{(x+4x) \cdot 6}{2} = \frac{5x \cdot 6}{2} = 12 \quad .1$$

$$S_{\triangle BCE} = \frac{3x \cdot 6}{2} = \frac{3}{5} \cdot \frac{5x \cdot 6}{2} = \frac{3}{5} \cdot 12 = 7.2 \quad .2$$

9. גיאומטריה- דמיון משולשים



$$.1 \quad \triangle ABO \sim \triangle DCO \sim \triangle CEB \quad \text{לפי ז.ז.}$$

$$.2 \quad \text{יחס שטחים של משולשים דומים} \quad \frac{S_{ABO}}{S_{DCO}} = 4^2 = 16$$

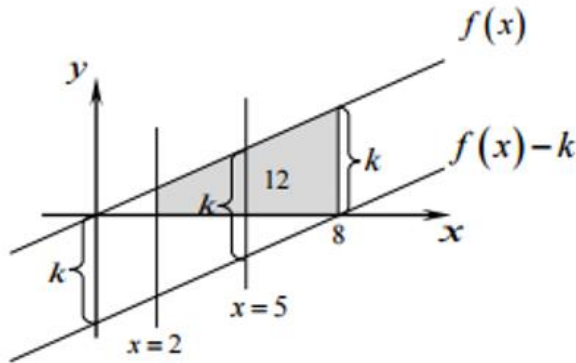
$$.3 \quad \frac{S_{ABCD}}{S_{DCO}} = 15 \Rightarrow S_{DCO} = \frac{S_{ABCD}}{15}$$

$$.4 \quad \text{יחס שטחים של משולשים דומים} \quad \frac{S_{CEB}}{S_{DCO}} = \left(\frac{CB}{OC}\right)^2 = 3^2 = 9$$

$$.5 \quad S_{CEB} = 9 \cdot S_{DCO} \Rightarrow 9 \cdot \frac{S_{ABCD}}{15} = \frac{3}{5} \cdot 12 = 7.2$$

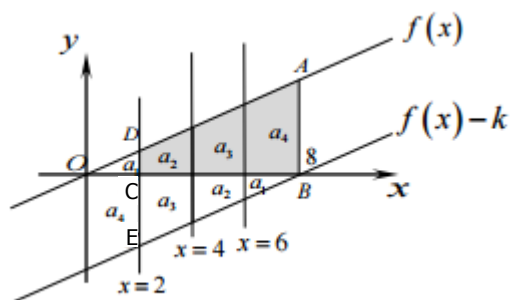
מועדון ה-5 – קהילות מורים למתמטיקה ברמת 5 יח"ל

10. גיאומטריה קטע אמצעים בטרפז ומשולש



1. שטח טרפז ושטח משולש ניתנים לחישוב ע"י מכפלת הגובה בקטע האמצעים
2. הישר $x = 5$ משמש כקטע אמצעים בטרפז (ABCD) ובמשולש (BCE). כי הוא יוצא מאמצע צלע (שוק) ומקביל לצלע השנייה (בסיסים).
3. נסמן: $f(8) = k$ ונקבל ששטח הטרפז הנתון שווה ל- $6 \cdot f(5) = 12$.
4. $6 \cdot f(5) = 12 \Rightarrow f(5) = 2$
5. $f(x) = mx \Rightarrow \frac{f(5)}{f(8)} = \frac{f(5)}{k} = \frac{5m}{8m} \Rightarrow f(5) = \frac{5}{8}k = 2$
6. $f(5) - k = -\frac{3}{8}k$
7. $S_{ABCE} = 6 \cdot |f(5) - k| = 6 \cdot \frac{3}{8} = \frac{18}{5} \cdot \frac{5}{8}k = \frac{18}{5} \cdot 2 = 7.2$

11. סדרה חשבונית



1. נוכיח ע"י חפיפת משולשים כי השטחים המסומנים ב- a_1 עד a_4 מהווים סדרה חשבונית.
2. $a_2 = 3a_1 \Rightarrow d = 2a_1$
3. נתון: $a_2 + a_3 + a_4 = 12$
4. תכונה של איבר בסדרה חשבונית $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2}$
5. $3a_3 = 12 \Rightarrow a_3 = 4 \Rightarrow a_1 + 2d = 5a_1 \Rightarrow a_1 = 0.8$
6. $a_2 = a_1 + d = 3a_1 = 3 \cdot 0.8 = 2.4$
7. $S_{\triangle BCE} = a_1 + a_2 + a_3 = 3a_2 = 3 \cdot 2.4 = 7.2$

מקורות:

[Between the lines](#), Underground mathematics. 2013-2016 University of Cambridge.