

הסדנה: האתגר 5 ככלי להתמודדות עם שגיאות: המקרה של נקודת פיתול (90 דקות)

שלב 1 - 5 דקות

הצגת מטרות הסדנה - האתגר 5 ככלי להתמודדות עם שגיאות: המקרה של נקודת פיתול:

- לדון בתפישות שגויות לגבי מושג נקודת פיתול ודרכים להתמודדות עם השגיאות.
- "האתגר 5" ככלי להתמודדות עם תפישות שגויות לגבי המושג נקודת פיתול משתי נקודות המבט:

מתמטי ודידקטי. בסדנה נציג את "האתגר 5" שכולל סרטונים, מעבדות ויישומני Geogebra, מצגות הכוללות הסברים מפורטים אודות לנושא הנלמד ומבחר עשיר של דוגמאות ואי-דוגמאות המושג, פעילויות לתלמיד להבהרת הנלמד, להעמקה, לתרגול, ליישום וניהול למידה.

שלב 2 - 35 דקות - על סמך ניסיוננו כמורים

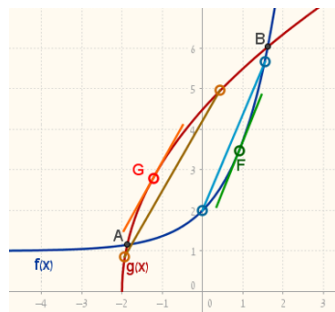
I. דיון סביב השאלות:

- 1) כיצד אתם נוהגים להגדיר את המושג נקודת פיתול והמושגים הנלווים (כמו קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה) בכיתתכם? (זאת תוך כדי הבחנה בשוני בין הגדרות המושג שמופיעות בספרי לימוד שונים.)
- 2) כיצד שימוש בהגדרה בא לידי ביטוי בקביעת קיום נקודת פיתול? באילו כלים נוספים מתשמשים?
- 3) אילו תפישות שגויות אודות למושג נקודת פיתול אתם מכירים מניסיונכם?
- 4) הצגת תפישות שגויות שיש ללומדים לגבי המושג נקודת פיתול (ממצאי המחקר)

II. סיכום קצר בעקבות דיון אודות המושג נקודת פיתול.

שלב 3 - 45 דקות - על סמך חומרים של אתגר 5 ככלי להתמודדות עם שגיאות.

- 1) המושגים קעירות כלפי מטה וקעירות כלפי מעלה. (תמונה מתוך המצגת) - 15 דקות



פונקציה g	פונקציה f	
נמצא מתחת לגרף	נמצא מעל לגרף	מיתר בין שתי נקודות
נמצא מעל הגרף	נמצא מתחת לגרף	משיק בנקודה
נעשית יותר מתונה	נעשית יותר תלולה	עליה ככל ש x גדל
יורד	עולה	שיפוע ככל ש x גדל

בדרך כלל מושגים אלה מוגדרים באמצעות משיק. אתגר 5 מציג מספר כלים כדי לקבוע תחומי קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה. הכוונה לכך שמספיק שיהיה רושם אינטואיטיבי די חזק שהדברים (המשיק / המיתר / ... סימני גזרת שנייה....) הולכים יחד ותלמיד יוכל "לשלוף" בזמן אמת (למשל לקביעת נקודת פיתול) את הכלי היעיל ולבדוק

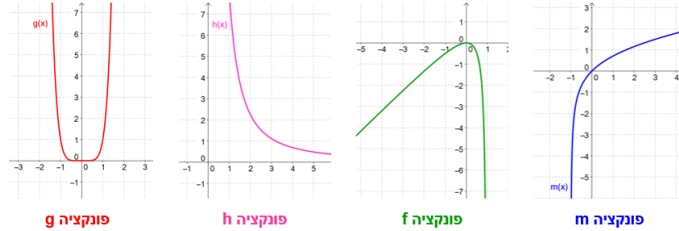
את עצמו באמצעות כלי אחר.

- דיון בשאלת זיהוי שמופיעה במצגת כיתה יא: באמצעות מיתרים, משיקים, שינוי שיפועי המשיקים, הקשר בין גרף הפונקציה לנגזרת ראשונה ולנגזרת שנייה.



קעירות כלפי מעלה או מטה | זיהוי

• האם תוכלו לזהות על פי גרף הפונקציה האם היא קעורה כלפי מעלה או כלפי מטה?



<https://www.geogebra.org/m/GNhekC6e>

- באיזה כלי כדאי להשתמש כאשר פונקציה נתונה בייצוג אלגברי?

שאלה 2

שאלה 1

• מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה וכלפי מטה של הפונקציות f ו g אם ידוע ש:

• מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה וכלפי מטה של הפונקציות הבאות:

ב- $g''(x) = -2$

א- $f''(x) = 3x^2 + 1$

ב- $g(x) = \frac{1}{x}$

א- $f(x) = x^4$

לסיכום



היום למדנו על סוגי קעירות

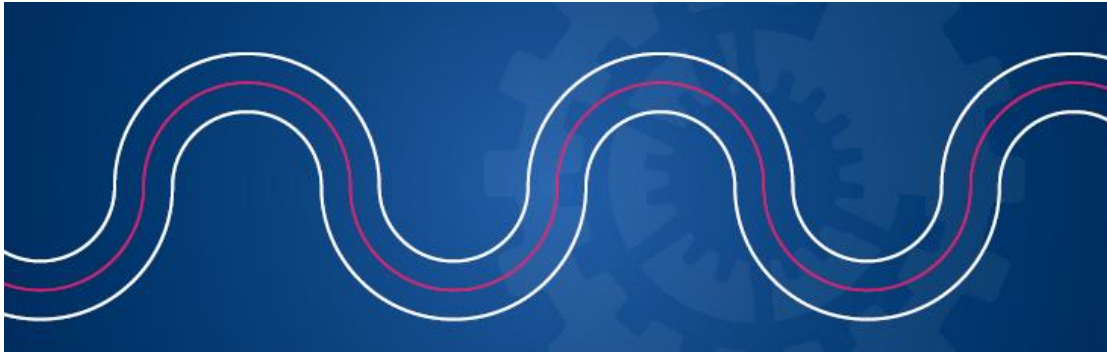
קעירות כלפי מעלה	קעירות כלפי מטה
מיתרים שמחברים נקודות על הגרף בתחום נמצאים מעל הגרף	מיתרים שמחברים נקודות על הגרף בתחום נמצאים מתחת הגרף
המשיקים נמצאים מתחת לגרף בתחום	המשיקים נמצאים מעל לגרף בתחום
שיפוע המשיקים עולה בתחום	שיפוע המשיקים יורד בתחום
הנגזרת עולה בתחום	הנגזרת יורדת בתחום
הנגזרת השנייה חיובית	הנגזרת השנייה שלילית
ניתן לדמות את גרף הפונקציה הקעורה כלפי מעלה כקערה שניתן למלא.	ניתן לדמות את גרף הפונקציה הקעורה כלפי מטה כקערה המונחת לייבוש

✓ למדנו כיצד ניתן להשתמש בנגזרת השנייה (הנגזרת של הנגזרת) כדי למצוא את תחומי הקעירות השונים של הפונקציה.

נקודת פיתול – מתוך אתגר 5 (זאת תוך התייחסות לחלק מהשגיאות מתחילת הסדנה – למשל סימון שגוי של נקודה ב"שיא העיקול" כנקודת פיתול)

- הצעת רצף הוראה לתחילת לימוד הנושא – כלי סרטון **נקודת פיתול של פונקציה**. **10 דקות**

- **סימון נקודות פיתול על הגרף** במטרה להתחבר לתובנות אינטואיטיביות ולתובנות מתמטיות לגבי המושג. דיון בכלים מתמטיים לנימוק מדוע נקודות שסומנו הן נקודות פיתול. דיון בשגיאות אפשריות שיכולות לעלות בביצוע מטלה מסוג זה.



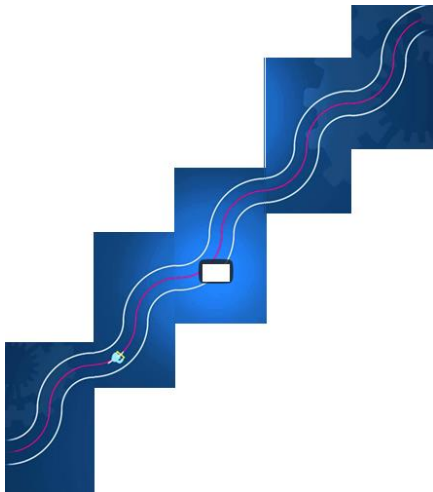
- **צפייה בסרטון** המלווה בדיון בתרומה של סרטון להוראת הנושא נקודת פיתול.



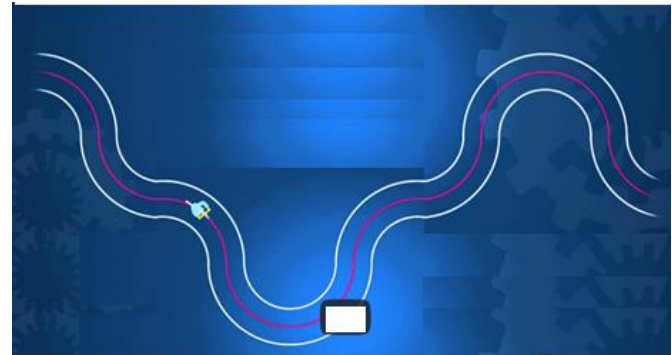
למשל, באיזה שלב ההוראה כדאי להשתמש בסרטון זה, כיצד סרטון זה עשוי לסייע בבדיקת ידע שישי ללומדים אודות למושג נקודת פיתול והמושגים הנלווים, האם וכיצד סרטון זה יכול לתרום באבחון תפישות שגויות. כיצד כלים לקביעת תחומי קעירות כלפי מעלה ומטה עשויים לעזור?

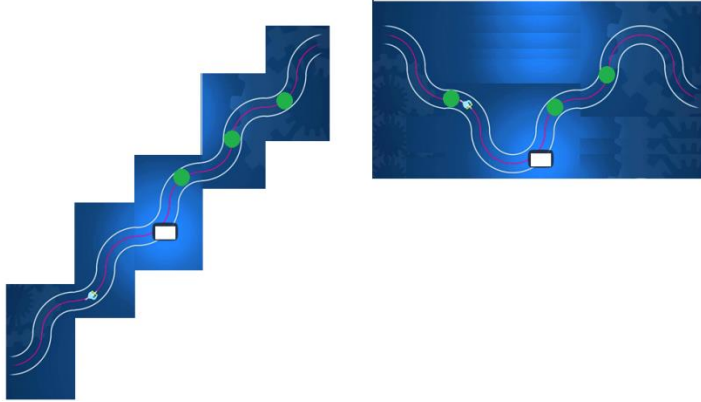
- **דיון, מהי שאלה הבאה? לשיעורי הבית, לעבודה עצמית....**

למשל, ליצור מצבים דומים שבה מתבקשים לסמן נקודות פיתול על הגרף. במה הסרטונים שונים מבחינה דידיקטית?



משימה מסוג אחר – להציג סימון נכון ושגוי של נקודות פיתול – דיון לגבי כל נקודה מסומנת – האם היא אכן נקודת פיתול ומדוע.





דוגמה מכיתה יב: פונקציה מעריכית ונקודת פיתול (10 דקות)

<http://mybag.ebaghigh.cet.ac.il/content/player.aspx?manifest=%2fapi%2fmanifests%2fitem%2fhe%2fb2586b0c-5224-4196-b3f3-57d5a105065b%2f#?page=content-3>

שאלה 11

לפיכך גרף הפונקציה $f(x) = 2^x - \frac{1}{2} \cdot 2^{2x}$

חקרו את הפונקציה $f(x)$ על פי הגרף ולאחר מכן עשו חקירה אנליטית. השוו את ממצאים שהסקתם בשני הייצוגים.

א תחום הגדרה של הפונקציה $f(x)$:

ב טווח הערכים שהפונקציה יכולה לקבל:

ג נקודות חיתוך עם ציר ה-x: (,)

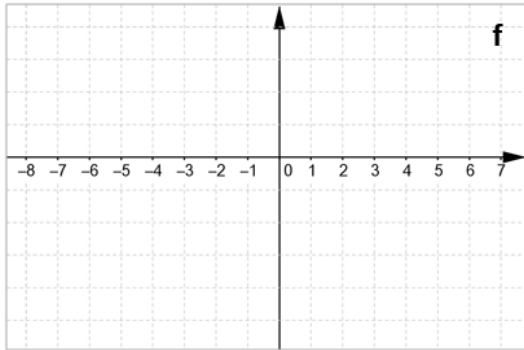
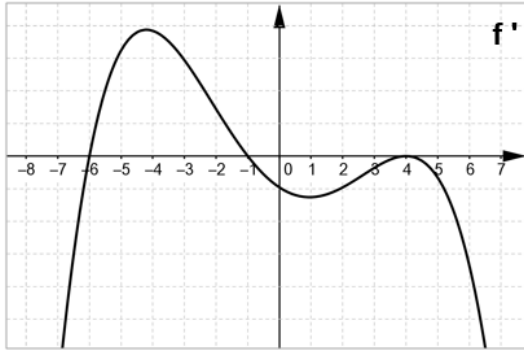
נקודות חיתוך עם ציר ה-y: (,)

ד סמנו נקודות קיצון של הפונקציה $f(x)$ על הגרף על ידי גרירת הנקודות הכתומות

דוגמה מכיתה יא - קשר בין גרף הפונקציה והנגזרות (10 דקות)
משימה מתוך המצגת



מגרף הנגזרת לגרף הפונקציה | שאלה 2



- משורטט גרף הפונקציה f' .
- רשמו אילו תכונות (מהרשומות בהמשך) של f , ניתן להסיק מהגרף של הנגזרת (f') ורשמו אותן. נמקו.

- א- נקודות קיצון. אם כן רשמו את סוגן.
- ב- תחומי עליה /ירידה.
- ג- נקודות אפס.
- ד- תחומי חיוביות/שליליות.
- ה- נקודות פיתול.
- ו- תחומי קעירות כלפי מעלה או מטה.

שאלון דיגיטלי לשיעורי הבית בנושא

<http://lo.cet.ac.il/player/?document=9a8a8ffb-d406-463d-b445-ba36cf8d254d&language=he&sitekey=ebaghigh>

שלב 4 - סיכום. (5 דקות).