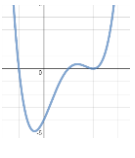
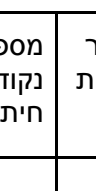
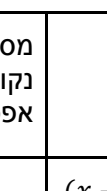

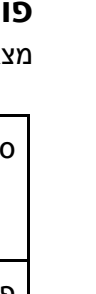


מועדון ה-5 – קהילות מורים למתמטיקה ברמת 5 יח"ל

פונקציית פולינום על פי נתונים

מצאו, אם ניתן, פונקציית פולינום המקיימת את התנאים הבאים? אם לא ניתן, הסבירו מדוע.

סקיצה	$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$	מספר נקודות חיתוך	מספר נקודות אפס	הפונקציה	סעיף
			3	$(x - 1)(x + 1)(x - 2)^2$	פולינום ממעלה זוגית עם שלוש נקודות אפס
		3		אין פתרון	פולינום ממעלה זוגית עם שלוש נקודות חיתוך עם ציר x
			3	$x + 1)x(x - 1)(x^2 + 1)$	פולינום ממעלה אי זוגית עם שלוש נקודות אפס
		3		$(x + 1)x(x - 1)$	פולינום ממעלה אי זוגית עם שלוש נקודות חיתוך עם ציר x
			4	$(x + 1)x(x - 1)(x - 2)$	פולינום ממעלה זוגית עם ארבע נקודות חיתוך עם ציר x
			4	אין פתרון	פולינום ממעלה אי זוגית עם ארבע נקודות חיתוך עם ציר x
			ללא	אין פתרון	פולינום ממעלה אי זוגית ללא נקודות אפס
				אין פתרון	פולינום ממעלה זוגית עם תחומי חיוביות ושליליות כמו לפונקציה: $g(x) = (x + 2)(x - 1)^2$
				$x^2(x + 2)(x - 1)^2$	פולינום ממעלה אי זוגית שונה מ-3, עם תחומי חיוביות ושליליות כמו לפונקציה: $g(x) = (x + 2)(x - 1)^2$

מועדון ה-5 – קהילות מורים למתמטיקה ברמת 5 יח"ל

פונקציית פולינום על פי נתונים – דף תשובות

הדרישה היא לתת דוגמא לפונקציה אחת המקיימת את התנאי.

בפתרונות כאן ניתנו תשובות פרמטריות כלליות. כל אחד מהפתרונות ניתן לכפול בביטוי ריבועי שאינו פריק וחיובי לכל x.

בכל הפתרונות

הפרמטרים a, b, c, d שונים זה מזה

הפרמטרים m, k, n, p מספרים טבעיים

הפרמטר $t \neq 0$

סקיצה	$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$	מס' נק' חיתוך	מ' ס' נק' אפס	הפונקציה דוגמא אחת אפשרית	סעיף
	עבור $t > 0$ $+\infty$ עבור $t < 0$ $-\infty$	עבור $t > 0$ $+\infty$ עבור $t < 0$ $-\infty$	2	3	$F(x) = t(x-a)^{2m+1}(x-b)^{2k+1}(x-c)^{2n}$	פולינום ממעלה זוגית עם שלוש נקודות אפס
			3		אין פתרון	פולינום ממעלה זוגית עם שלוש נקודות חיתוך עם ציר x
	עבור $t > 0$ $-\infty$ עבור $t < 0$ $+\infty$	עבור $t > 0$ $+\infty$ עבור $t < 0$ $-\infty$	3	3	$F(x) = t(x-a)^{2m+1}(x-b)^{2k+1}(x-c)^{2n+1}$	פולינום ממעלה אי זוגית עם שלוש נקודות אפס
			3		$F(x) = t(x-a)^{2m+1}(x-b)^{2k+1}(x-c)^{2n+1}$	פולינום ממעלה אי זוגית עם שלוש נקודות חיתוך עם ציר x
	עבור $t > 0$ $+\infty$ עבור $t < 0$ $-\infty$	עבור $t > 0$ $+\infty$ עבור $t < 0$ $-\infty$		4	$F(x) = t(x-a)^{2m+1}(x-b)^{2k+1}(x-c)^{2n+1}(x-d)^{2p+1}$	פולינום ממעלה זוגית עם ארבע נקודות חיתוך עם ציר x
				4	אין פתרון	פולינום ממעלה אי זוגית עם ארבע נקודות חיתוך עם ציר x

מועדון ה-5 – קהילות מורים למתמטיקה ברמת 5 יח"ל

						נקודות חיתוך עם ציר x
				לל א	אין פתרון	פולינום ממעלה אי זוגית ללא נקודות אפס
					אין פתרון	פולינום ממעלה זוגית עם תחומי חיוביות ושליליות כמו לפונקציה: $g(x) = (x + 2)(x - 1)^2$
	$-\infty$	$+\infty$	1	2	כל פולינום שהוא מכפלה של הפונקציה הנתונה בביטוי ריבועי שאינו פריק עם מקדם חיובי ל x בריבוע (ביטוי ריבועי שהוא חיובי לכל ערך של x) או כל פולינום מהצורה: $g(x) = (x + 2)^{2n+1}(x - 1)^{2m}$	פולינום ממעלה אי זוגית שונה מ-3, עם תחומי חיוביות ושליליות כמו לפונקציה: $g(x) = (x + 2)(x - 1)^2$

צא אילו תכונות של צרף פונקציות פולינום ניתן לדבר בעקבות המשימות הנ"ל?

- ניתן להציג פולינום כמכפלה של ביטויים לינאריים או ביטויים ריבועיים שאינם פריקים. כל אחד מהביטויים הנ"ל יכול להיות בחזקת מספר טבעי כלשהו.
- מספר נקודות האפס של פולינום ממעלה n שווה או קטן מ n.
- התנהגות הפונקציה בסביבה של נקודת אפס יכולה להיות אחת מבין שתי אפשרויות:
 - בסביבת שורש ממשי עם ריבוי אי-זוגי גרף הפונקציה עובר מצד אחד של ציר ה x -לצד שני
 - בסביבת שורש עם ריבוי זוגי גרף הפונקציה נשאר באותו חצי המישור $y > 0$ או $y < 0$.
- מעבר גרף הפונקציה מחיוביות לשליליות וההיפך ייתכן רק בסביבה של נקודת אפס (בגלל הרציפות).
- נקודות קיצון מקומיות של הפונקציה ייתכנו בין שתי נקודות אפס או בנקודת אפס של הפונקציה
- מספר נקודות הקיצון של פולינום ממעלה n שווה או קטן מ n-1.
- תחום של כל פולינום הוא כל ציר ה x.
- טווח של פולינום ממעלה אי זוגית הוא כל ציר ה y.



מועדון ה-5 – קהילות מורים למתמטיקה ברמת 5 יח"ל

9. טווח של פולינום ממעלה זוגית הוא קרן של ציר ה- y

10. פונקציית פולינום ממעלה n עם מקדם ראשי a מתנהגת עבור $x \rightarrow \pm\infty$ כמו גרף הפונקציה $f(x) = ax^n$

11. לפונקציית פולינום ממעלה אי זוגית יש לפחות נקודת אפס אחת.