מועדון ה-5 – קהילות מורים למתמטיקה ברמת 5 יח"ל

תכונות הפרבולה

מה למקומות גאומטריים ולגיאומטריה?

אנא וקנין

צוות המרכז

מבוא

נושא הסדנא: הפרבולה בגישה גיאומטרית

הפרבולה מופיעה בתוכנית הלימודים של חטיבת הביניים כגרף של פונקציה ריבועית. בלימודי מתמטיקה ברמת 5 יח"ל פוגשים אותה שוב והפעם ביב', מוגדרת באופן גיאומטרי כמקום גיאומטרי של אוסף כל הנקודות המרוחקות מרחקים שווים מנקודה נתונה (מוקד) ומישר נתון (מדריך). ההגדרה הגיאומטרית "מתורגמת" למשוואה אלגברית של הפרבולה ומכאן ההתיחסות לפרבולה הינה בדר"כ בגישה אנליטית.

בסדנא זו אנו מציעים גישה גיאומטרית להוכחת תכונות של הפרבולה. ההתיחסות לפרבולה בגישה גיאומטרית עשויה לבסס את הבנת התכונות הגיאומטריות של הפרבולה ושימוש בהן גם במהלך פתרון תרגילים שפתרונם בגישה אלגברית.

לצורך כך נשתמש בכלים בסיסיים בהנדסת המישור ובשתי מסקנות שנוכיח בעקבות ההגדרה של הפרבולה כמקום גיאומטרי:

א. **האנך האמצעי לקטע המחבר את מוקד הפרבולה עם נקודה על מדריך הפרבולה, משיק לפרבולה.**

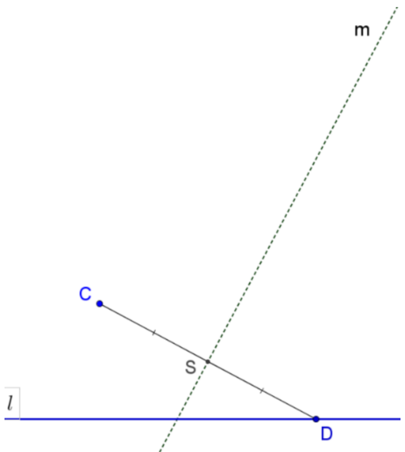
ב. **המשיק לפרבולה הוא אנך אמצעי לקטע המחבר את מוקד הפרבולה עם היטל נקודת ההשקה על מדריך הפרבולה.**

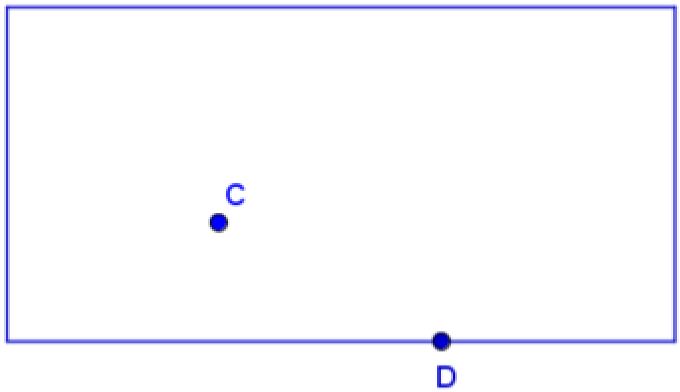
מהלך הסדנא

שלב	מה עושים	הערות	לו"ז
משימה 1 קיפול פרבולה	עבודה עצמית מחלקים משימה 1, דפי $4A$, סרגלים ועפרונות. המשתתפים "מקפלים פרבולה" לפי ההנחיות במשימה		10 דקות
משימה 2	הצגת הישומון במצגת או כניסה באמצעות טלפונים ניידים ו/או מחשב נייד. הסבר להפעלת הישומון על פי הצורך. שאלות מנחות: כיצד תשתנה הפרבולה בהזזת נקודה C, מהו המוקד ומהו המדריך.	במצגת או באמצעות סריקת QR קוד	10 דקות
	הוכחה לכך שקיבלנו פרבולה. ההוכחה בע"פ באמצעות שרטוט (ללא מילים) כל אחד מהקפלים הוא משיק לפרבולה, שפת הדף היא המדריך והנקודה הקבועה שבחרנו היא המוקד.	מצגת	10 דקות
משימה 3	מציאת תכונות הנובעות מההוכחה במשימה 2. להנחות למצוא תכונות פשוטות, בסיסיות, הנובעות באופן מידיי מהשרטוט.	ביחיד או זוגות	5 דקות
	שיתוף במליאה ואיסוף התכונות שנמצאו. ניסוח התכונות כמשפט גיאומטרי. הצגתם והוכחתם ע"י החברים המציגים.		15 דקות
משימה 4	בדף זה 5 משימות שתי הראשונות פשוטות, שלוש האחרונות מורכבות יותר. כל זוג מקבל משימה אחרת מבין 5 המשימות וההנחיה היא להוכיח/לפתור באמצעים גיאומטריים. אילו תכונות נוספות (והפעם לא רק בסיסיות) מצאתם? איסוף התכונות בכלי שיתופי	עבודה בזוגות	15 דקות
	כל זוג משתתפים מציג תכונה אחת שמצאו בעקבות פתרון התרגיל את התכונה יש לנסח כמשפט גיאומטרי	סבב במליאה	15 דקות
סיכום	מה לקחתי מהסדנא/ האם מתאים לכיתה ובאיזה אופן	סבב במליאה	15 דקות

משימה 1:

בידיכם דף נייר מלבני, פעלו על פי השלבים הבאים :





א. סמנו נקודה C בקרבת אחת משפות הדף כמתואר בציור.

ב. סמנו נקודה D על שפת הדף אליה התייחסתם קודם

ג. קפלו את הדף כך שהנקודה C תתלכד עם הנקודה D.

ד. פתחו את הקפל והדגישו את הקיפול בעזרת סרגל וכלי כתיבה.

ה. חיזרו השלבים ב' – ד' עם נקודות אקראיות נוספות שתבחרו על אותה שפה.

ו. השוו את הנייר המקופל שלכם עם זה של חברכם מה דומה ומה שונה?

ז. קווי הקיפולים יוצרים מעטפת של עקום. מהו לדעתכם?

משימה 2:

סרקו את הקוד או כנסו לכתובת *bit.do/folding_parabola*

גררו את הנקודה D והפעילו עקבות אחר הקיפולים.

כיצד נוכיח כי קיפולי הנייר יוצרים פרבולה?

הצעה לפתרון משימה 2:

הקפל המתקבל הוא האנך האמצעי לקטע CD כאשר C היא הנקודה הקבועה שבחרנו קרוב לשפת הדף ו - D היא הנקודה האקראית שבחרנו על הישר l המתאר את שפת הדף.

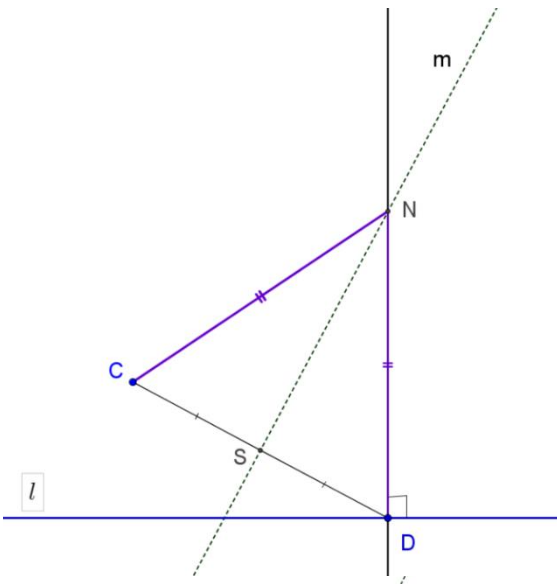
כדי להוכיח שהעקום התוחם את הקפלים מתאר פרבולה שהמוקד שלה הוא הנקודה C והמדריך שלה הוא הישר l עלינו להוכיח שתי טענות:

א. האנך האמצעי לקטע המחבר את מוקד הפרבולה עם נקודה על מדריך הפרבולה, משיק לפרבולה.

ב. המשיק לפרבולה הוא אנך אמצעי לקטע המחבר את מוקד הפרבולה עם היטל נקודת ההשקה על מדריך הפרבולה

תחילה נגדיר משיק לפרבולה:

משיק לפרבולה הוא ישר **<u>שאינו</u>** מאונך למדריך הפרבולה ויש לו נקודה משותפת אחת ויחידה עם הפרבולה



הוכחה לטענה א'

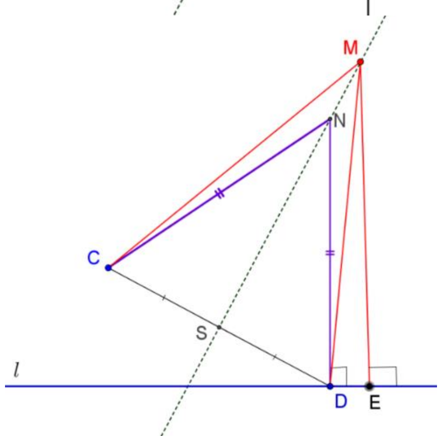
מנקודה D נעלה אנך לישר l

אנך זה חותך את האנך האמצעי ל DC בנקודה N.

מכאן נובע: $ND = NC$

הנקודה N נמצאת במרחקים שווים מישר l ומנקודה C.

נותר להוכיח כי נקודה זו היא נקודה יחידה



נניח כי נקודה זו אינה יחידה.

נניח כי על הישר m קיימת נקודה נוספת M הנמצאת במרחקים שווים מהישר l ומהנקודה C.

כלומר $ME=ME$

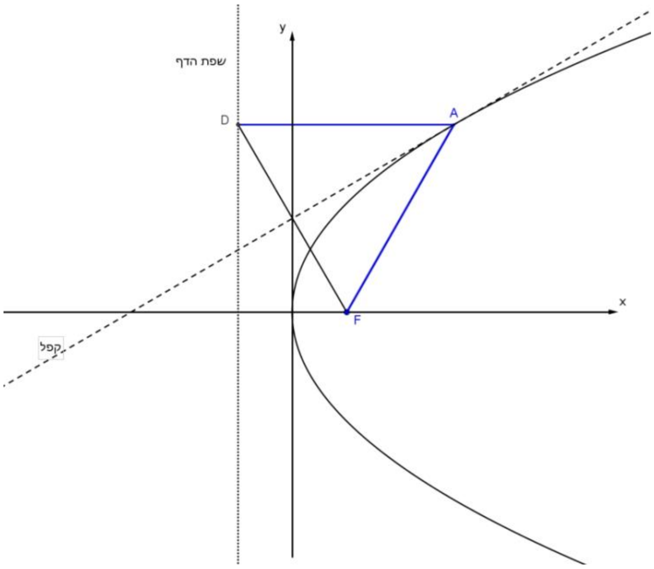
אבל גם $MC=MD$

קיבלנו משולש MDE ישר זוית שזווית הבסיס שלו ישרה.

קיבלנו סתירה ולכן הנחתנו איננה נכונה

הוכחה לטענה ב'

המשיק לפרבולה הוא אנך אמצעי לקטע המחבר את מוקד הפרבולה עם היטל נקודת ההשקה על מדריך הפרבולה



בשרטוט פרבולה ומשיק בנקודה A שעליה.

AD מרחק נקודת ההשקה מהמדריך ו - AF מרחק נקודת ההשקה מהמוקד F.

צ"ל המשיק הוא אנך אמצעי לקטע DF.

הוכחה:

הנקודה A נמצאת במרחקים שווים מקצוות הקטע DF ולכן מונחת על האנך האמצעי לקטע DF.

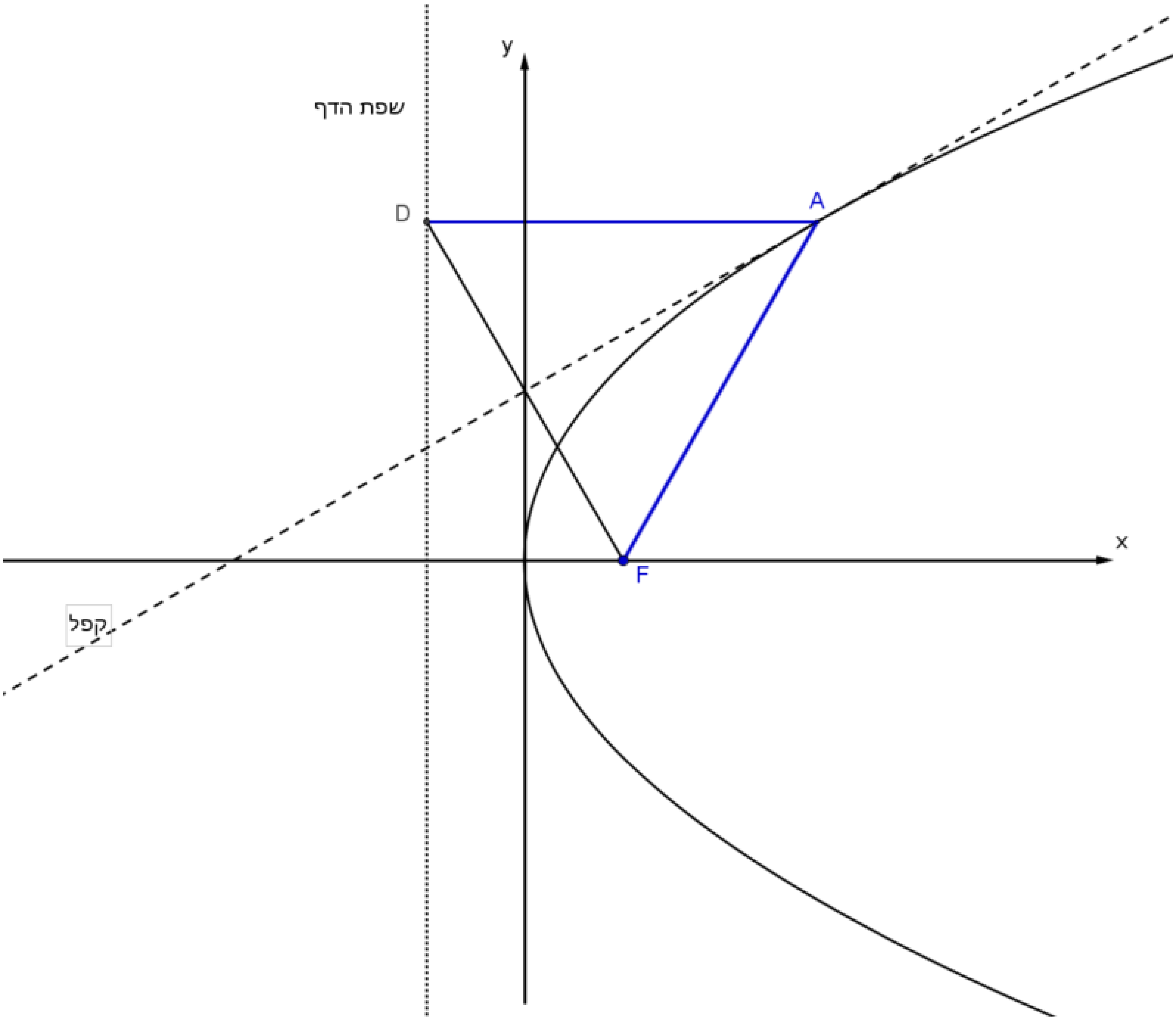
נניח כי המשיק אינו אנך אמצעי לקטע DF ודרך נקודה A שעל הפרבולה עובר ישר אחר t שהוא אנך אמצעי לקטע DF.

לפי ההוכחה לטענה א' הישר t משיק לפרבולה בנקודה המשותפת שלהם A.

קיבלנו שלפרבולה שני משיקים שונים בנקודה A, דבר שהוא כמובן בלתי אפשרי ולכן הנחתנו אינה נכונה.

הצעה לפתרון משימה 3:

אילו תכונות גיאומטריות של הפרבולה נובעות מההוכחה במשימה 2?



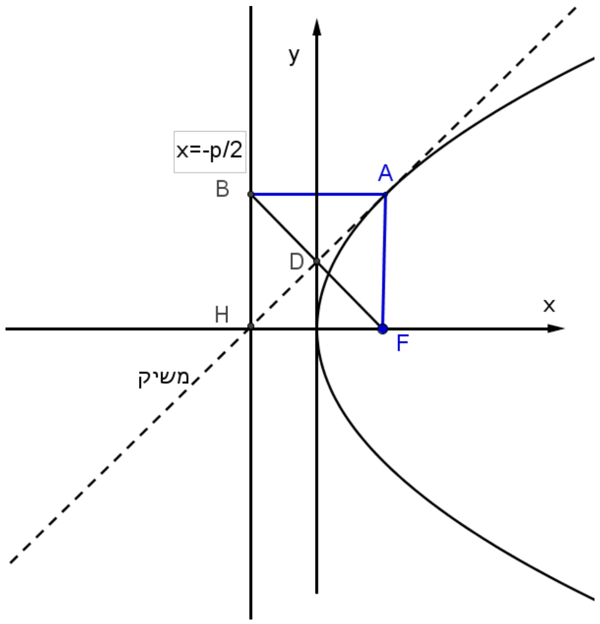
ניתן כמובן לראות תכונות רבות שחלקן באות לידי ביטוי במשימות הבאות.

התכונות הבסיסיות:

האנך האמצעי לקטע המחבר את מוקד הפרבולה עם נקודה על מדריך הפרבולה, משיק לפרבולה.

המשיק לפרבולה הוא אנך אמצעי לקטע המחבר את מוקד הפרבולה עם היטל נקודת ההשקה על מדריך הפרבולה

הצעה לפתרון משימה 4 א'



א. הוכח: משיק לפרבולה $y^2=2px$ ברביע הראשון, שחותך את ציר ה – x על המדריך, יוצר זוית של $45°$ עם הכיוון החיובי של ציר ה- x.

ב. נתון שהמשיק הנ"ל יוצר עם החלק השלילי של ציר ה- x ועם החלק החיובי של ציר ה- y משולש ששטחו 18 יח"ר. מצא את משוואת הפרבולה

נתון:

פרבולה קנונית $y^2=2px$ בעלת מוקד F ומדריך $x=-\frac{p}{2}$.

AB מרחק נקודת ההשקה מהמדריך.

H נקודת החיתוך של מדריך הפרבולה עם ציר ה- x.

המשיק לפרבולה בנקודה A שעליה חותך את ציר ה– x בנקודה H

צ"ל: הזווית בין המשיק לציר ה- x בת $45°$.

פתרון:

המשיק לפרבולה הוא אנך אמצעי לקטע המחבר את מוקד הפרבולה עם היטל נקודת ההשקה על מדריך הפרבולה

הנקודות A ו – H מונחות על האנך האמצעי לקטע BF ומכאן שמרובע $ABHF$ הוא דלתון.

$\angle ABH=\angle BHF=90°$ ומכאן $ABHF$ הוא ריבוע.

הזוית בין המשיק לציר ה – x בת $45°$ כיוון שאלכסוני הריבוע חוצים את זוויות הריבוע.

סעיף ב':

$HO=OF$ ומכאן שנקודת מפגש אלכסוני הריבוע נפגשים על ציר ה – y (נקודה D)

משולש DOH ישר זווית ושווה שוקיים.

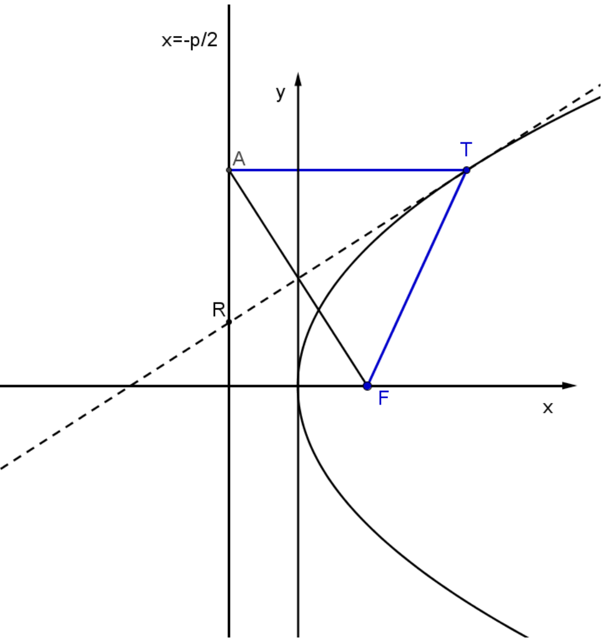
$$OH=OD=\frac{p}{2}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{p}{2}\right)^2=18$$

$$p=12$$

משוואת הפרבולה: $y^2=24x$

הצעה לפתרון משימה 4 ב'



א. בנקודה T שעל הפרבולה $y^2 = 2px$ ברביע הראשון מעבירים משיק לפרבולה שחותך את המדריך בנקודה R.
הוכח כי $\angle TFR = 90°$

ב. נתון כי משוואת הפרבולה היא $y^2 = 16x$ ושיעור ה x – של מרכז המעגל שחוסם את המשולש TFR הוא 6.
מצא את שיעורי הנקודה T.

נתון:

פרבולה קנונית $y^2 = 2px$ בעלת מוקד F ומדריך $x = -\frac{p}{2}$.

המשיק לפרבולה בנקודה T שעליה חותך את מדריך הפרבולה בנקודה R.

AT מרחק נקודת ההשקה מהמדריך.

צ"ל: $\angle TFR = 90°$

הערה לשרטוט:

בשרטוט $x_T > x_F$ ולכן הנקודה R נמצאת מעל ציר ה-x. עבור $x_T < x_F$ הנקודה R תהיה מתחת לציר ה-x וההוכחה תהיה זהה.

הוכחה:

המשיק לפרבולה הוא אנך אמצעי לקטע המחבר את מוקד הפרבולה עם היטל נקודת ההשקה על מדריך הפרבולה.

הנקודות T ו – R מונחות על האנך האמצעי לקטע AF ומכאן שמרובע $ARFT$ הוא דלתון.

$\angle TAR = \angle TFR = 90°$ מש"ל

פתרון סעיף ב':

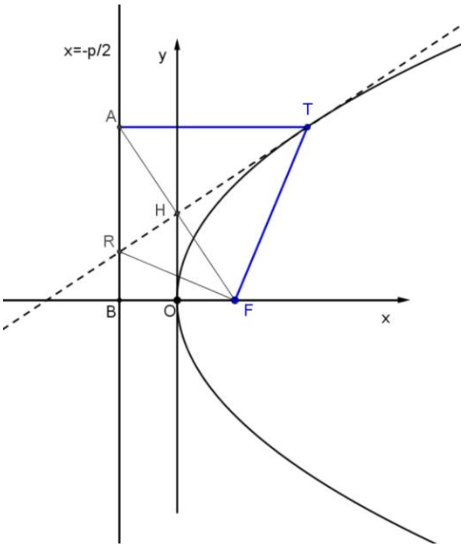
משוואת הפרבולה: $y^2 = 16x$ מכאן משוואת המדריך: $x = -4$ כלומר: $x_R = -4$

מרכז המעגל החוסם את המשולש RFT הוא אמצע הקוטר RT, נסמן נקודה זו ב M

נתון: $x_M = 6$ ולכן $x_T = 16$

$T(16 , 16)$

הצעה לפתרון משימה 4 ג'



בנקודה T שעל הפרבולה $y^2=2px$ מעבירים משיק לפרבולה.

ממוקד הפרבולה מעבירים אנך למשיק.

א. הוכח כי המשיק והאנך הנ"ל נפגשים על ציר y.

ב. נתון כי נקודת המפגש הנ"ל שעל ציר ה $y-$ היא $(0\ ,\ 2)$ ושיפוע האנך ממוקד הפרבולה הוא $-\frac{1}{2}$. מצא את שיעורי הנקודה T.

נתון:

פרבולה קנונית $y^2=2px$ בעלת מוקד F ומדריך $x=-\frac{p}{2}$.

המשיק לפרבולה בנקודה T שעליה חותך את מדריך הפרבולה בנקודה R.

AT מרחק נקודת ההשקה מהמדריך.

הערה לשרטוט:

בשרטוט $x_T>x_F$ ולכן הנקודה R נמצאת מעל ציר ה-x.

עבור $x_T<x_F$ הנקודה R תהיה מתחת לציר ה-x וההוכחה תהיה זהה.

הוכחה סעיף א':

המשיק לפרבולה הוא אנך אמצעי לקטע המחבר את מוקד הפרבולה עם היטל נקודת ההשקה על מדריך הפרבולה.

הנקודות T ו $R-$ מונחות על האנך האמצעי לקטע AF ומכאן שמרובע $ARFT$ הוא דלתון.

H נקודת מפגש אלכסוני הדלתון ולכן FH הוא האנך ממוקד הפרבולה למשיק.

נותר להוכיח כי נקודה H מונחת על ציר ה-y.

OH הוא קטע אמצעיים במשולש ABF ולכן מתקיים $OH \parallel AB$.

מכאן שציר ה-y עובר דרך הנקודה H. מש"ל

פתרון סעיף ב':

נתון $H(0\ ,2)$ $m_{HF}=-\frac{1}{2}$ צריך למצוא את שיעורי הנקודה T:

לפי השיפוע בין הנקודות H ו $F-$ נקבל $H(4\ ,0)$

H אמצע AF ולכן: $A(-4\ ,4)$ מכאן ש $y_T=4$, שיפוע המשיק שווה ל 2, נקבל: $T(1\ ,4)$

הצעה לפתרון משימה 4 ד'

בנקודה T שעל הפרבולה $y^2 = 2px$

($x_T > \frac{p}{2}$, T ברביע הראשון)

מעבירים משיק ונורמל החותכים את ציר ה – x

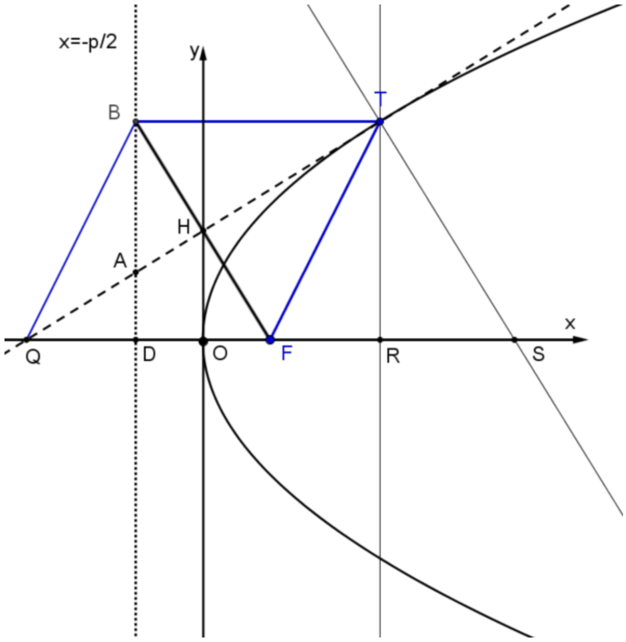
בהתאמה בנקודות Q ו - S.

האנך מ T לציר ה-x חותך את ציר ה-x בנקודה R.

(O ראשית הצירים)

א. הוכח: $QO=OR$, $RS=p$

ב. נתון: $\frac{QR}{RS} = 3$ חשב את הזווית שהמשיק בנקודה T יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה – x.



הוכחה סעיף א':

מנקודת ההשקה T נעביר TB אנך למדריך הפרבולה ואת TF.
המשיק לפרבולה הוא אנך אמצעי לקטע המחבר את מוקד הפרבולה עם היטל נקודת ההשקה על מדריך הפרבולה.

המשיק חוצה את הזווית $\angle BTF$ כלומר: $\angle BTQ = \angle QTF$

$AB \| HF$ ולפי זווית מתחלפות בין מקבילים שוות נקבל: $\angle BTQ = \angle QTF = \angle TQF$

ולכן: $BT = TF = QF$.

מרובע $BDRT$ מלבן לפי שלוש זוויות ישרות ומכאן $BT = DR$ ולכן: $BT = DR$.

קיבלנו: $QF = DR$

$$OF = DO$$
$$\Downarrow \quad \text{(1)משל א}$$
$$QO = OR$$

$BF \| TS$ כיוון ששניהם מאונכים למשיק, מכאן ש $BFST$ מקבילית.

$\Delta TRS \cong \Delta BDF \quad \Leftarrow RS = DF = p$ *(2)מש"ל א*

פתרון סעיף ב'

נתון: $\frac{QR}{RS}=3$, מהוכחה א(1) נובע $QD=FR$ לפי א(2) $RS=DF=p$

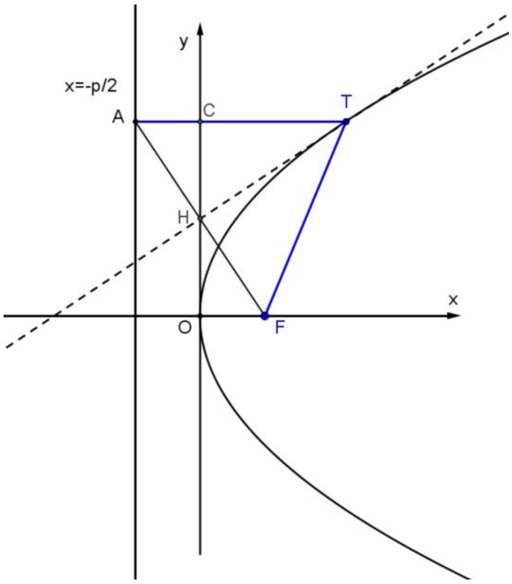
מכאן: $QD=DF=FR=RS=p$

$DR=BT=TF=2p$

לפי משפט פיתגורס במשולש TFR נקבל: $TR=\sqrt{3}p$

במשולש TRQ: $\tan(\angle TQR)=\frac{\sqrt{3}p}{3p}$ $\Leftarrow$ $\angle TQR=30°$

הצעה לפתרון משימה 4 ה'



מצא נקודה על הפרבולה $y^2=2px$ ברביע הראשון,

שהמרחק בין המשיק העובר דרכה למוקד הוא p.

נתון:

פרבולה קנונית $y^2=2px$ בעלת מוקד F ומדריך $x=-\frac{p}{2}$.

TA מרחק נקודת ההשקה מהמדריך.

פתרון:

לפי פתרון משימה 4ג' סעיף א':

האנך ממוקד הפרבולה למשיק לפרבולה נחתך עם המשיק

בנקודה המונחת על ציר ה- y.

בשרטוט שלנו: $FH\perp TH$ H נקודה על ציר ה-y.

במשולש OHF מתקיים: $FH=p$, $OF=\frac{p}{2}$, לפי משפט פיתגורס נקבל: $OH=\frac{\sqrt{3}}{2}p$

מהחפיפה: $\Delta CHA\cong\Delta OHF$ נובע: $OH=HC$ $\Leftarrow$ $y_C=\sqrt{3}p=y_T$

נציב במשוואת הפרבולה ונקבל: $x_T=1.5p$, $T(1.5p\,,\sqrt{3}p)$

דרך נוספת לפתרון:

במשולש ישר הזווית OHF מתקיים: $FH=p$, $OF=\frac{p}{2}$ מכאן $\angle HFO=60^\circ$

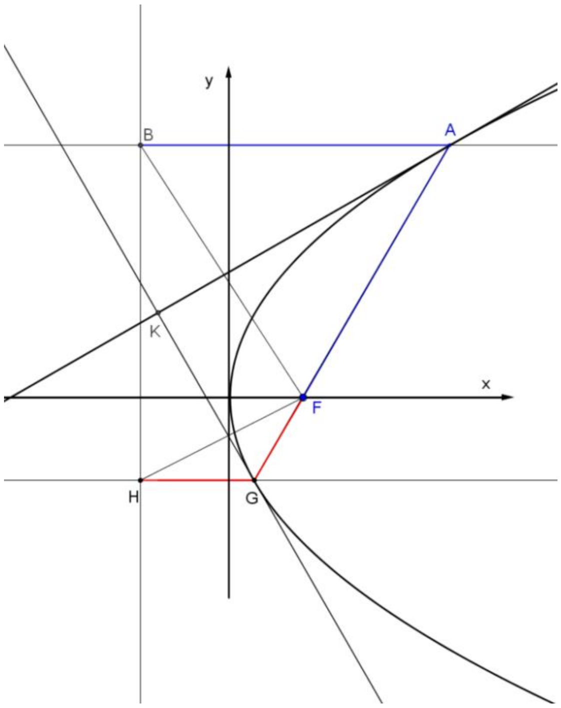
לפי זווית מתחלפות שוות בין מקבילים נקבל: $\angle TAF=\angle HFO=60^\circ$

כלומר משולש TAF הוא משולש שווה צלעות שאורך צלעו $2p$.

$x_T=2p-0.5p=1.5p$

נציב במשוואת הפרבולה ונקבל: $y_T=\sqrt{3}p$

הצעה לפתרון משימה 5



מקצותיו של מיתר בפרבולה $y^2 = 2px$,
העובר דרך המוקד, מעבירים שני משיקים לפרבולה.
הוכח:

א. המשיקים נפגשים על מדריך הפרבולה

ב. המשיקים מאונכים זה לזה.

נתון:

פרבולה קנונית $y^2 = 2px$.

המיתר AG של הפרבולה עובר דרך המוקד F

מעבירים משיקים לפרבולה בנקודות A ו G.

המשיקים נפגשים בנקודה K.

הערה לשרטוט:

השרטוט כאן שגוי בכוונה שהרי המשיקים נפגשים על המדריך כפי שמתבקשים להוכיח.

הוכחה סעיף ב'

מנקודות ההשקה A ו - G נעביר אנכים למדריך הפרבולה אשר חותכים אותו בנקודות B ו - H בהתאמה.

המשיק לפרבולה הוא אנך אמצעי לקטע המחבר את מוקד הפרבולה עם היטל נקודת ההשקה על מדריך הפרבולה.

המשיקים הם אנכים אמצעיים לקטעים: BF ו - HF ומכאן שהם חוצי הזוויות: $\angle HGF$, $\angle BAF$

AG עובר דרך נקודה F, $AB \| GH \Rightarrow \angle BAF + \angle HGF = 180° \Rightarrow \angle AKG = 90°$

הוכחה סעיף א'

הנקודה K מונחת על האנך האמצעי לקטע BF ולכן: $KF{=}BK$ באותו אופן: $KF{=}KH$

$$\angle BKA = \angle AKF = \alpha$$
$$\angle HKG = \angle GKF = \beta$$
$$\angle AKG = \alpha + \beta = 90°$$
$$\angle BKH = 2(\alpha + \beta) = 180°$$

ומכאן שהנקודה K נמצאת על BH שהוא המדריך.

הצעה לפתרון:

שאלה מס' 1 בשאלון 807 מועד ב' קיץ 2016 בגישה גיאומטרית

שאלת הבגרות:

1. נתונה פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$.

שני ישרים המשיקים לפרבולה בנקודות K ו־ L נפגשים בנקודה A ,

שהיא נקודת החיתוך של מדריך הפרבולה עם ציר ה־ x .

א. (1) הראה כי שיעור ה־ x של K שווה לשיעור ה־ x של L .

(2) הראה כי המשיקים מאונכים זה לזה.

נתון מעגל, שמרכזו M נמצא על ציר ה־ x .

המשיקים לפרבולה הנתונה בנקודות K ו־ L משיקים גם למעגל זה בנקודות אלה.

הצב $p = 2$, וענה על הסעיפים ב, ג.

ב. מצא את משוואת המעגל שמרכזו M .

ג. מצא את משוואת המעגל החסום במרובע $AKML$.

נתון:

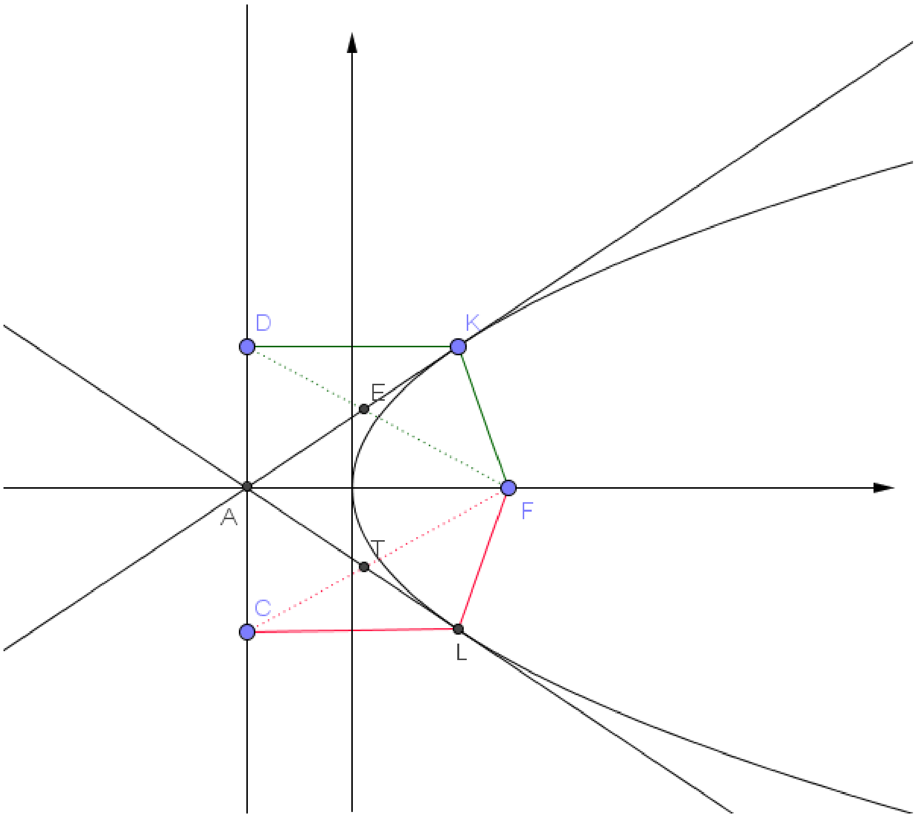
פרבולה $y^2 = 2px$

מוקד הפרבולה: $F(\frac{p}{2}\ ,0)$, מדריך הפרבולה: הישר שמשוואתו $l: x = -\frac{p}{2}$

$A(-\frac{p}{2}\ ,0)$ נקודת חיתוך מדריך הפרבולה עם ציר ה- x.

L, K נקודות על הפרבולה.

דרך הנקודות K ו - L מעבירים שני משיקים לפרבולה הנחתכים בנקודה A.



א. (1) הוכח כי שיעורי ה x– של הנקודות K ו - L שווים

הוכחה א(1):

בניית עזר:

מנקודה K נעביר אנך למדריך הפרבולה l, D נקודת החיתוך של האנך עם המדריך.

מנקודה L נעביר אנך למדריך הפרבולה l, C נקודת החיתוך של האנך עם המדריך.

לפי הגדרת הפרבולה מתקיים $DK = KF$

לפי תכונות הפרבולה המשיק לפרבולה בנקודה K הוא אנך אמצעי לקטע DF.

הנקודה A מונחת על המשיק מכאן נובע $AF=AD$.

באותו אופן ניתן להוכיח: $AF=AC$.

קיבלנו $AD=AC$, מכאן ששיעורי ה- y של הנקודות K, L נגדיים ולכן שיעורי ה – x של נקודות אלה שווים בגלל הסימטריה של הפרבולה ביחס לציר ה x–.

(2) הראה כי המשיקים מאונכים זה לזה

הוכחה א(2):

משולש ADF משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

AD גובה תיכון וחוצה זווית הראש במשולש הנ"ל.

מכאן נובע: $\angle EAF = 45°$

באותו אופן ניתן להוכיח ש $\angle FAT = 45°$

מכאן נובע: $KA \perp LA$, המשיקים מאונכים.

הערה: המקרה הנ"ל הינו מקרה פרטי. ניתן להרחיב ולהוכיח שכל שני משיקים לפרבולה הנפגשים על מדריך הפרבולה מאונכים זה לזה.

ב. משוואת הפרבולה היא: $y^2 = 4x$.

מוקד הפרבולה: $F(1\ ,\ 0)$ ומדריך הפרבולה: $l: x = -1$

מסעיף קודם: $DK = KF$ וגם $DA = AF$ מכאן ש $DKFA$ דלתון.

לפי בניית העזר: $\angle KDA = 90°$

ולכן גם $\angle KFA = 90°$ (זוויות על אלכסון ראשי בדלתון שוות).

קיבלנו: $DKFA$ מלבן לפי שלוש זוויות ישרות

$DKFA$ דלתון הוכחנו

ומכאן ש $DKFA$ ריבוע.

שיעורי הנקודה $K(1,2)$, $\angle KAF = 45° \Leftarrow m_{MK} = 1$

משוואת המשיק MK: $y = x+1$ שהוא גם משיק בנקודה K למעגל המבוקש.

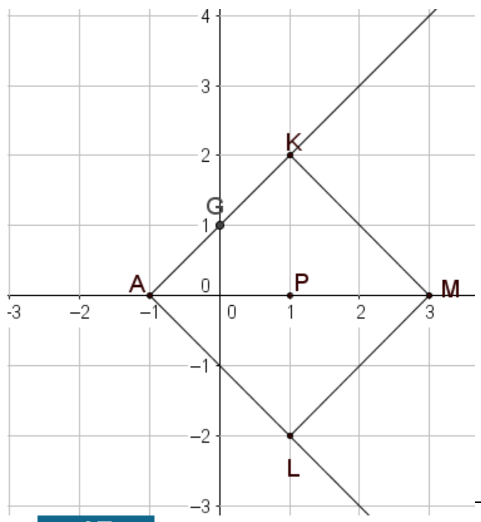
משוואת ישר עליו מונח רדיוס המעגל המבוקש: $y = -x+3$.

הישר הנ"ל חותך את ציר ה-x בנקודה: $(3,0)$ שהיא כנראה הנקודה M.

משיקולי סימטריה, גם הישר המאונך למשיק השני חותך את ציר ה-x בנקודה $(3,0)$ שהיא הנקודה M, מרכז המעגל המבוקש.

R רדיוס המעגל המבוקש: $R^2 = 8$

משוואת המעגל שמרכזו בנקודה $M(3,0)$ ומשיק לישרים המשיקים לפרבולה באותן נקודות היא: $(x-3)^2 + y^2 = 8$



ג. המרובע $AKML$ הוא ריבוע שאלכסוניו הם הישרים שמשוואותיהם: $x = 1$ $y = 0$.

נקודת מפגש האלכסונים: $P(1,0)$ שהיא מרכז המעגל המבוקש.

הנקודה $G(0,1)$ אמצע צלע AK.

GP גובה לבסיס במשולש ישר זווית ושווה שוקיים APK: הוא רדיוס המעגל החסום בריבוע $AKML$.

$GP^2 = 2$.

משוואות המעגל החסום בריבוע $AKML$ הוא:

$$(x-1)^2+y^2=2$$

$\boxed{\ell}$

מקורות

דוד ה. (2002), הפרבולה כצורה גיאומטרית, על"ה 29, עמ' 22-29

מכון ויצמן, גיאומטריה של פרבולות – מדריך למורה