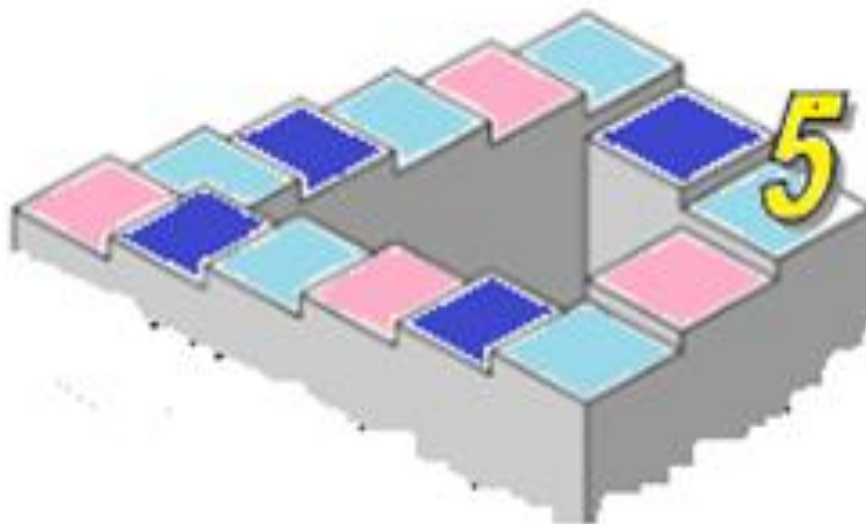
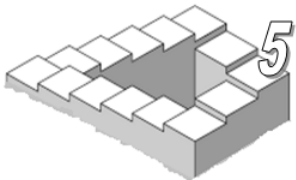




מדרגות ל-5

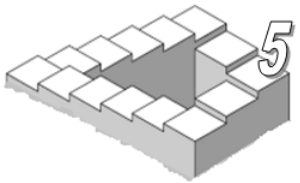
פרופ' רוזה לייקין

החוג לחינוך מתמטי – אוניברסיטת חיפה

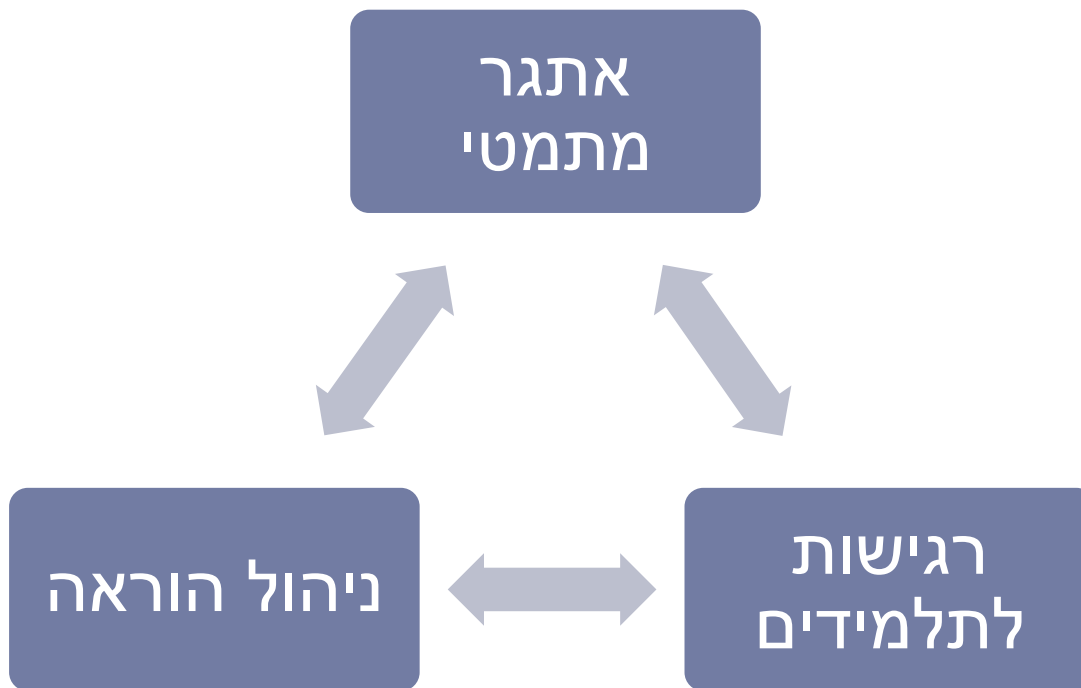


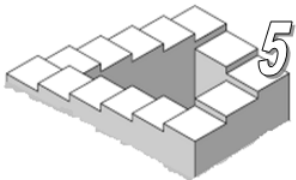
מימוש פוטנציאל של לומד





שלשת הוראה





אתגר

□ לאתגר = לקרוא להתמודדות (מילון אבן שושן)

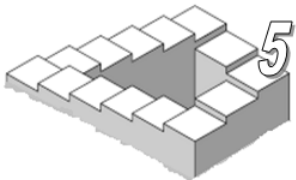
□ 'challenge' = 'difficult job'

something needing great **mental (or physical) effort** in order to be done
successfully

[Cambridge Advanced Learner's Dictionary\[1\]](#)

□ **אתגר** הוא קושי מעניין המעורר מוטיבציה ומעודד התמדה
(RL)

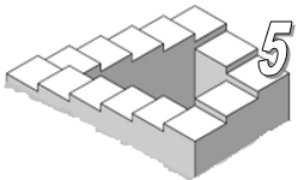
התמודדות עם אתגרים
היא תנאי הכרחי למימוש פוטנציאל של לומד



משימות בעלות רמת אתגר נמוכה

(Silver & Mesa, 2011)

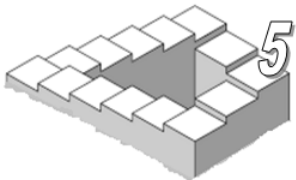
- משימות בהן התלמיד נדרש ליישם תהליכים מוכרים שגורתיים
- משימות בעלות אתגר פוטנציאלי ברמה גבוהה, אך הופכות שגרתיות בשל מבנה מודרך ומבוקר במיוחד
 - ▶ משימה מורכבת מחולקת לתת-משימות בעלות רמת אתגר נמוכה
 - ▶ משימה בעלת רמת אתגר גבוהה הופכת שגרתית כשלצידה הכוונה לשיטת פתרון מסוימת
- מורכבות השאלה קשורה לסוגיות לא מאתגרות, למשל: הסבר, הערכה, או תיאור עבודה, מכוונים אל תהליכים אלגוריתמיים ולא להנמקות או הוכחות.



משימות בהן נדרש מאמץ קוגניטיבי גבוה

(Silver & Mesa, 2011)

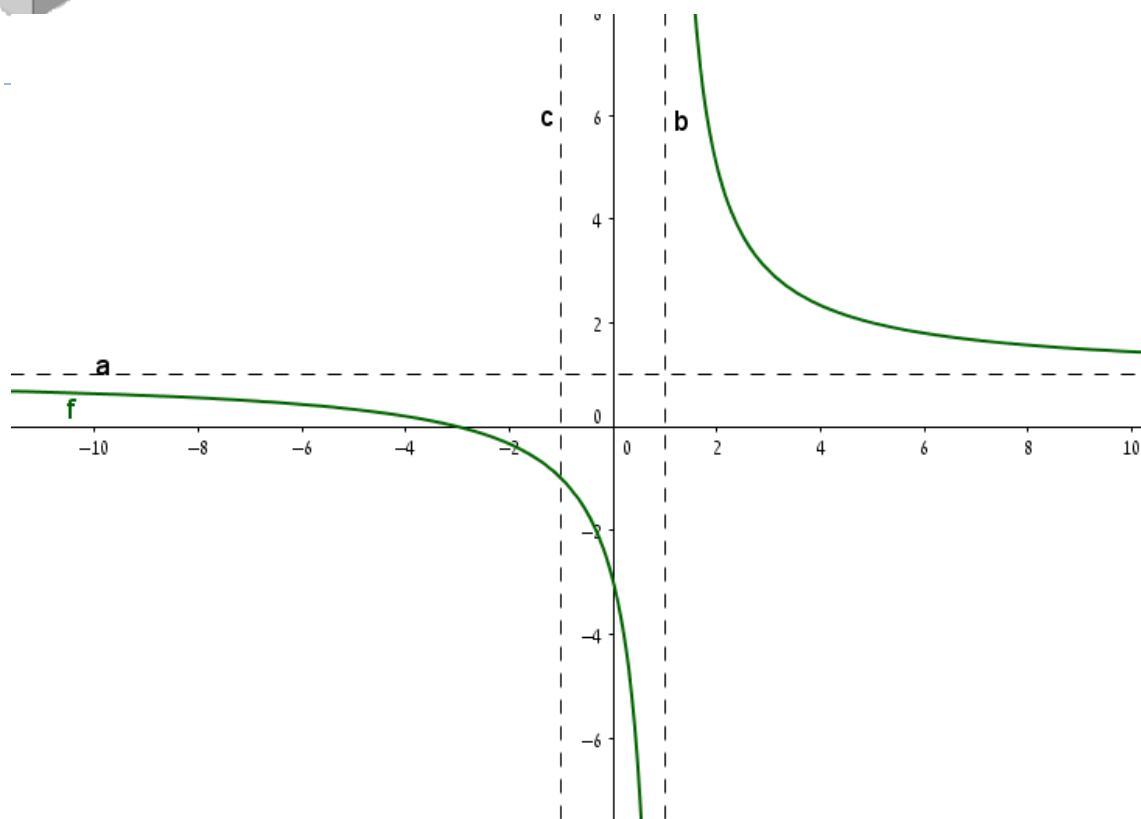
- משימות שדורשות מהתלמידים להסביר, לתאר, להצדיק, להשוות או להעריך.
- משימות שדורשות מהתלמידים להחליט, לבחור, לתכנן, לשאול שאלות או לנסח בעיות.
- משימות שדורשות מהתלמיד לגלות יצירתיות בדרך כלשהי
 - ליישם תהליך מוכר במצב לא מוכר
- משימות שדורשות מהתלמידים עבודה עם ריבוי ייצוגים בדרך משמעותית
 - תרגום ייצוג אחד לאחר
 - העברת משמעות מייצוג אחד לאחר



מבחן בגרות 2004 שאלון 806

5. נתונה הפונקציה: $y = \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 1}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטה של הפונקציה המקבילה לציר ה- y .
- ג. מצא את האסימפטוטה של הפונקציה המקבילה לציר ה- x .
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ה. הוכח כי הפונקציה יורדת בכל תחום הגדרתה.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 1}$$

$$f(x) = \frac{(x + 3)(x + 1)}{(x + 1)(x - 1)}$$

$$f(x) = \frac{x + 3}{x - 1}$$

$$f(x) = 1 + \frac{4}{x - 1}$$

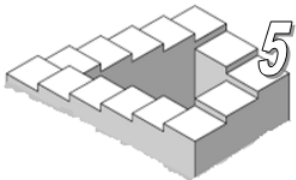
❖ משימות בהן התלמיד נדרש ליישם תהליכים מוכרים

שגורתיים

❖ משימות בעלות אתגר פוטנציאלי ברמה גבוהה, אך

הופכות שגרתיות בשל מבנה מודרך ומבוקר במיוחד

✓רמת אתגר נמוכה

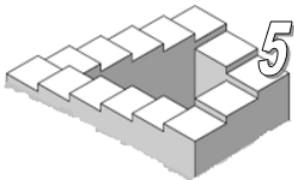


מבחן בגרות 2009 שאלון 806

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 12}{x^2 - 6x + 9}$.

- א. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. (1) מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים.
(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק.





א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטה של הפונקציה המקבילה לציר ה- y .

ג. מצא את האסימפטוטה של הפונקציה המקבילה לציר ה- x .

ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ה. הוכח כי הפונקציה יורדת בכל תחום הגדרתה.

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

א. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

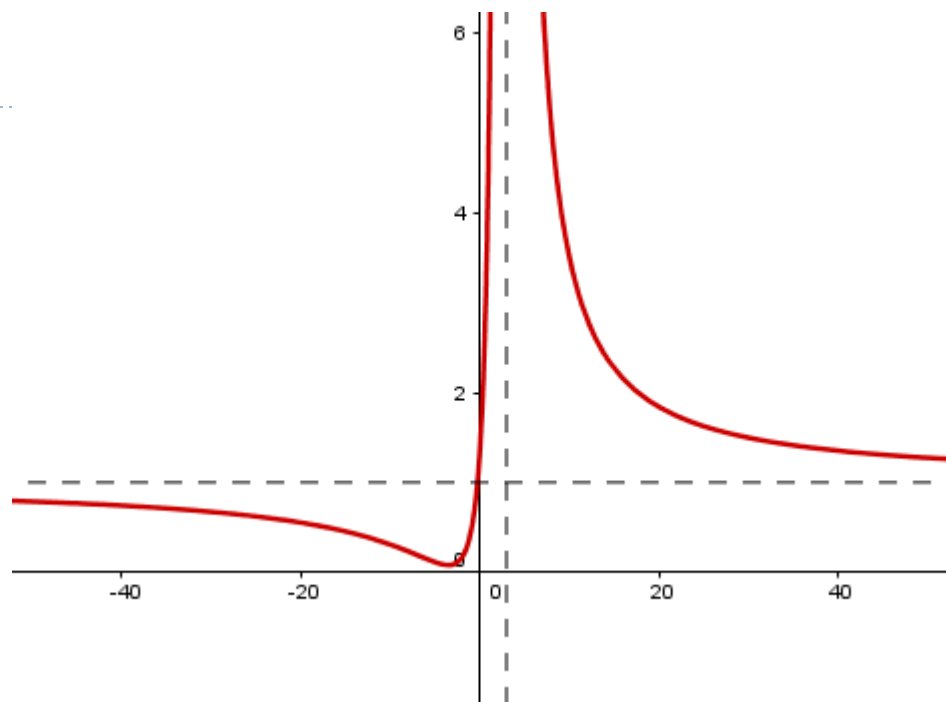
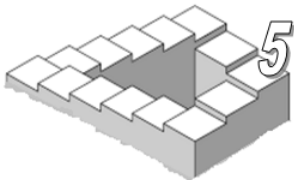
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק.

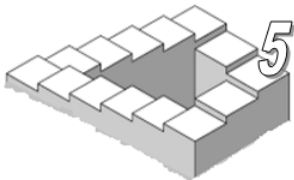


$$f(x) = \frac{x^2 + 6x + 12}{x^2 - 3x + 6}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 6x + 12}{(x - 3)^2}$$

$$f(x) = \frac{(x + 3)^2 + 3}{(x - 3)^2}$$

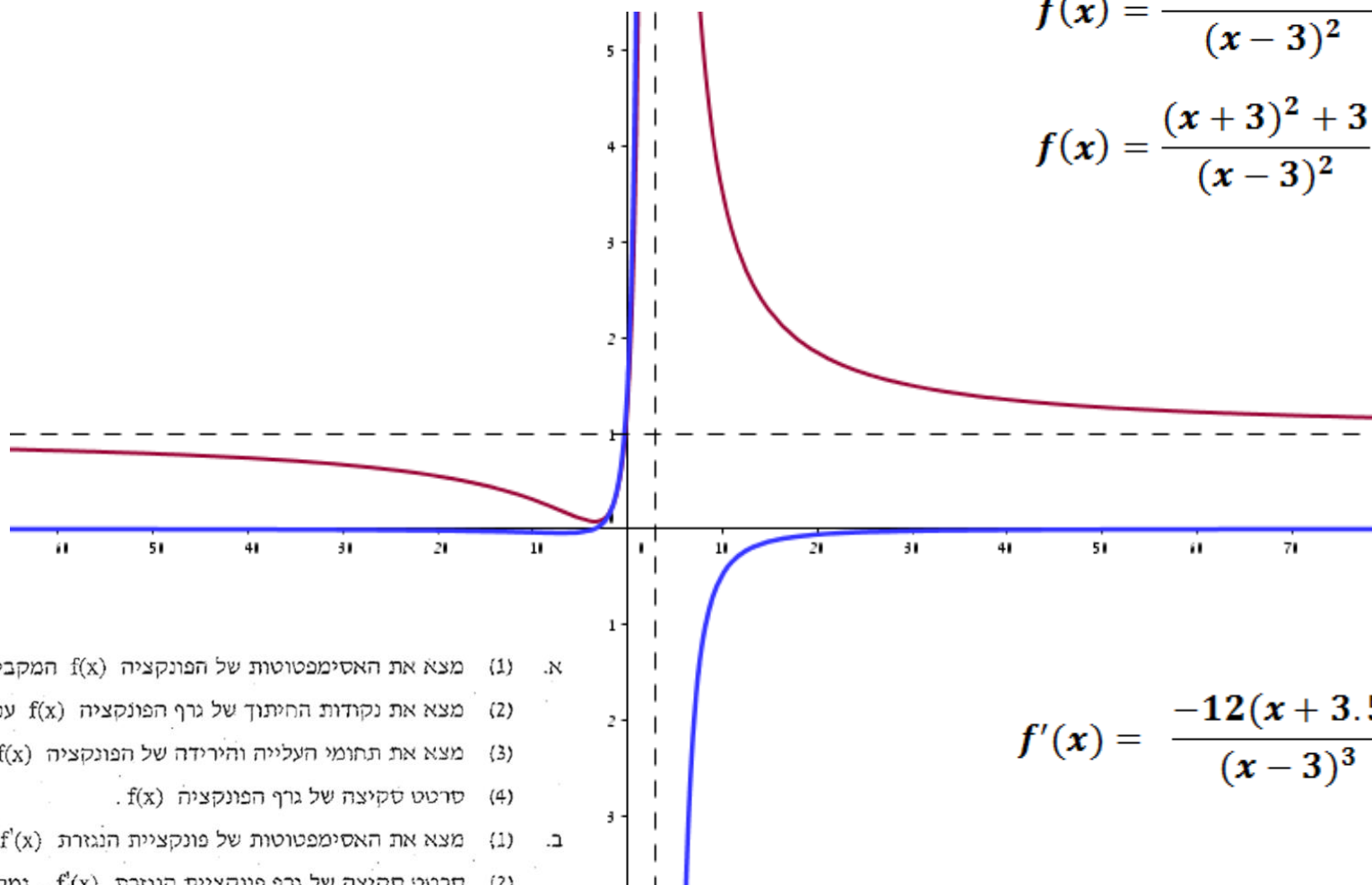
- א. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. (1) מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים.
 (2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק.



$$f(x) = \frac{x^2 + 6x + 12}{x^2 - 3x + 6}$$

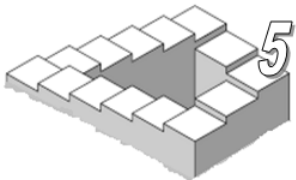
$$f(x) = \frac{x^2 + 6x + 12}{(x - 3)^2}$$

$$f(x) = \frac{(x + 3)^2 + 3}{(x - 3)^2}$$



$$f'(x) = \frac{-12(x + 3.5)}{(x - 3)^3}$$

- א. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. (1) מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים.
 (2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק.



❖ משימות שדורשות מהתלמידים

עבודה עם ריבוי ייצוגים בדרך

משמעותית

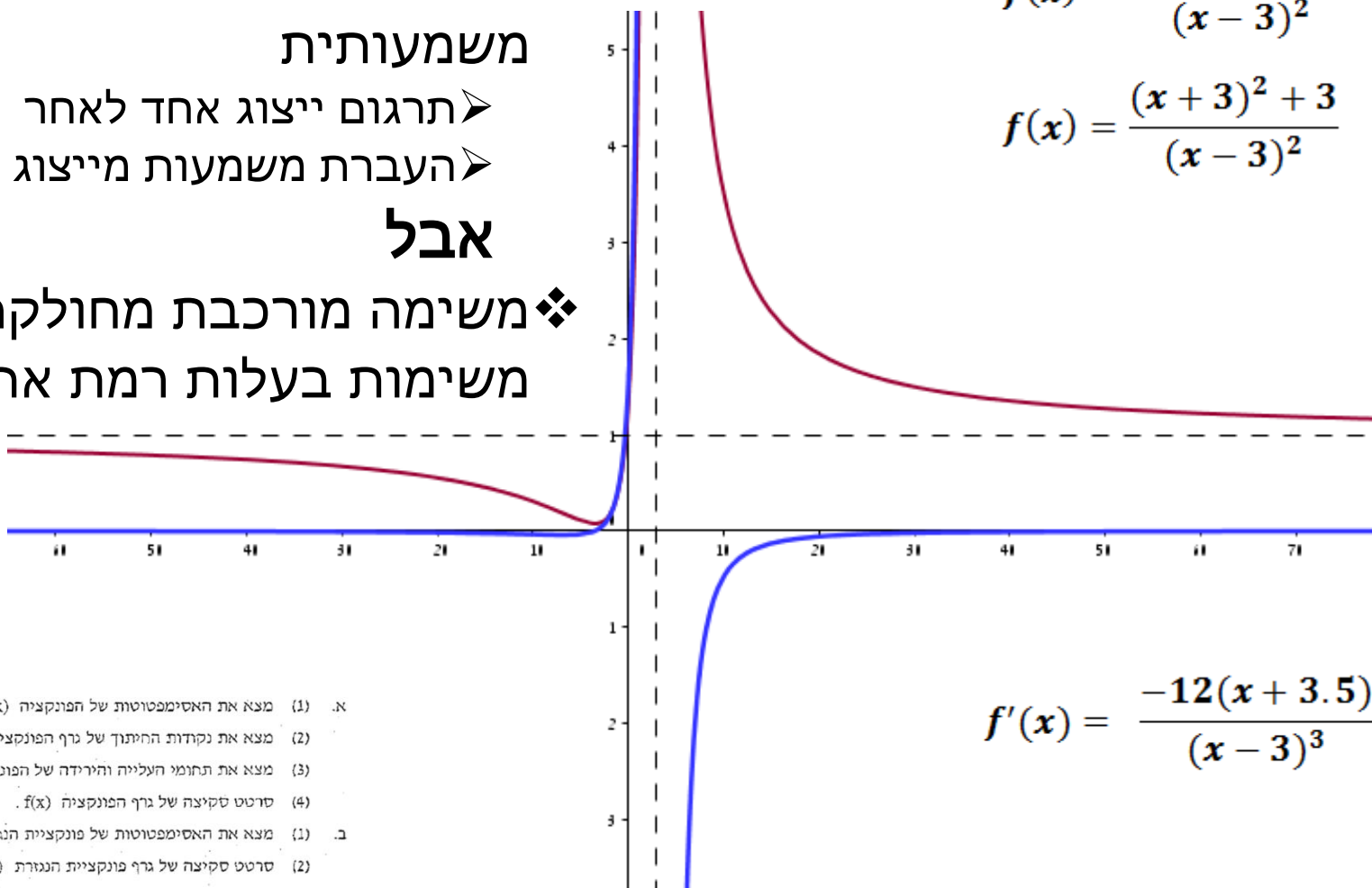
➤ תרגום ייצוג אחד לאחר

➤ העברת משמעות מייצוג אחד לאחר

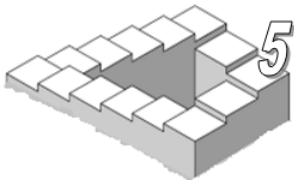
אבל

❖ משימה מורכבת מחולקת לתת-

משימות בעלות רמת אתגר נמוכה



- א. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.
 (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 (4) ב. מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים.
 (1) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק.



מבחן בגרות 2015 שאלון 806 מועד ב'

7. נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}}$.

הישר $y = \frac{1}{3}x + 3$ חותך את הגרף של הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 0$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ושל הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(6) הוסף לסקיצה שסרטטת בתת-סעיף ב (5) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונות שתי משוואות, I ו-II: $I. \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} = k$, $II. \sqrt{x^2 + 9} = k$.

נתון כי $k > 0$.

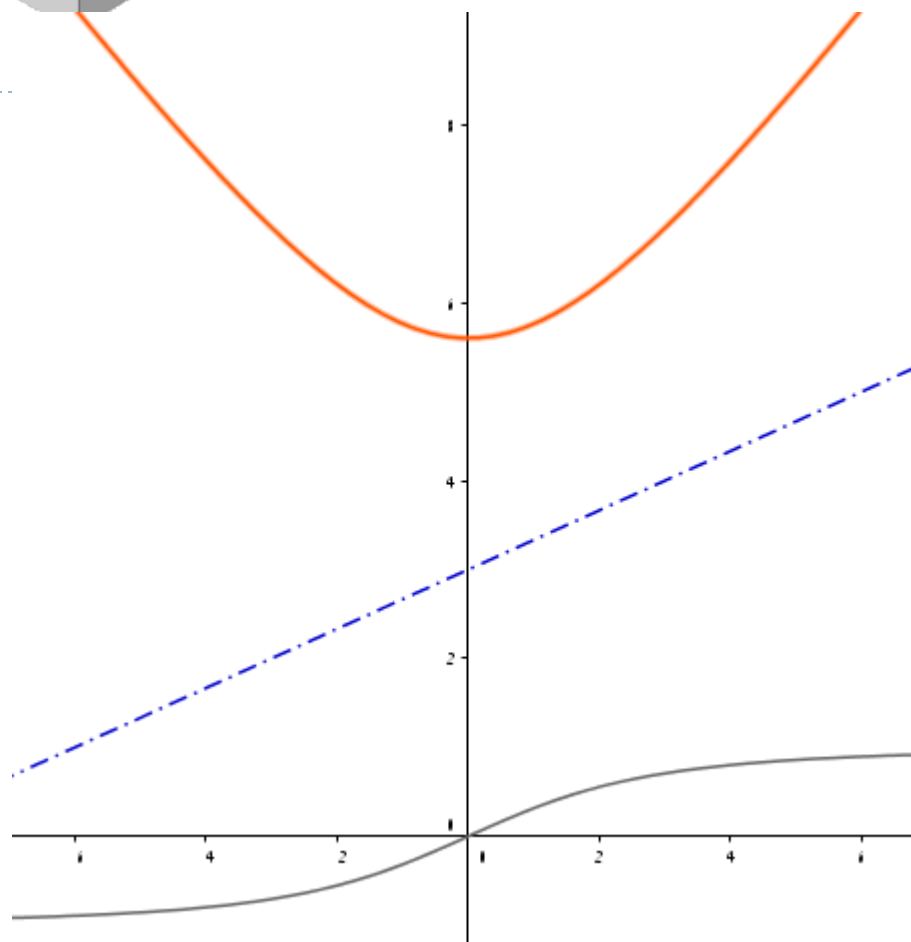
מצא את תחום הערכים של k שעבורם

אין פתרון למשוואה I וגם אין פתרון למשוואה II.



$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 9} + t$$

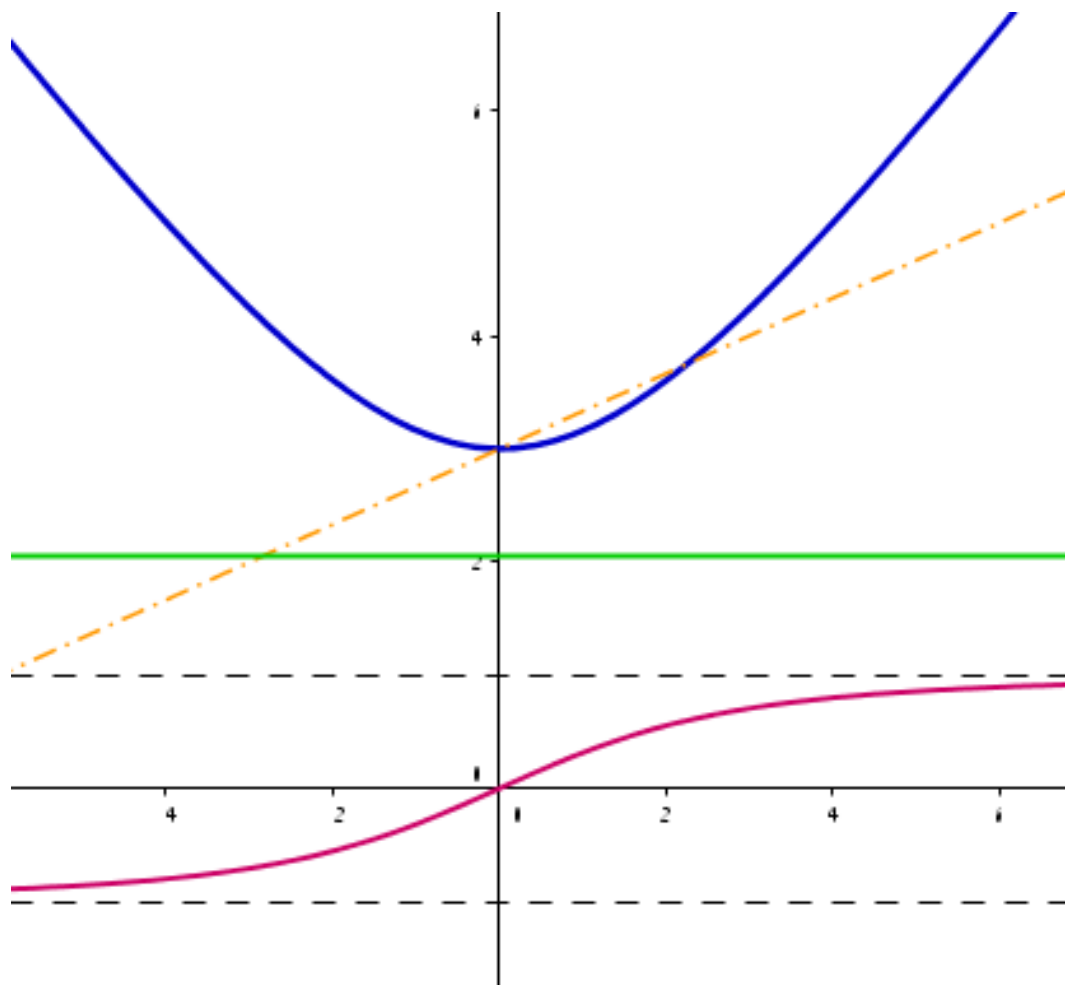
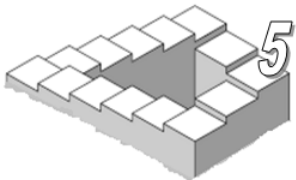


$$f(x) = \sqrt{x^2 + 9} + t$$

$$g(x) = \frac{1}{3}x + 3$$

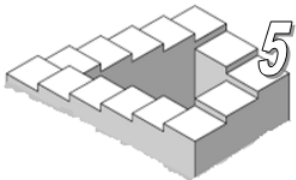
$$f(0) = 3 \Rightarrow t = 0$$





$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 9} + t$$



מבחן בגרות 215 שאלון 806

7. בציור שלפניך מוצגות סקיצות

של שני גרפים: גרף I וגרף II.

אחד הגרפים הוא של פונקציית הנגזת $f'(x)$,

והגרף האחר הוא הגרף של פונקציית

הנגזת השנייה $f''(x)$.

א. איזה גרף הוא של $f'(x)$,

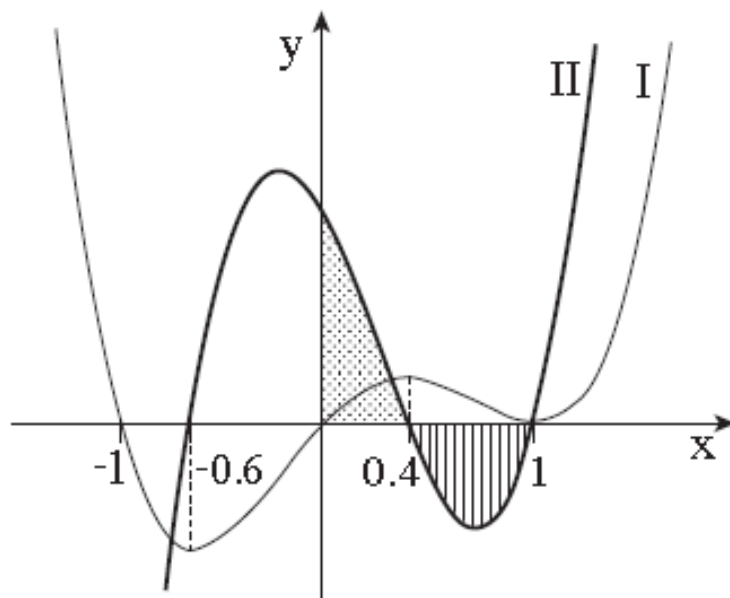
ואיזה גרף הוא של $f''(x)$? נמק.

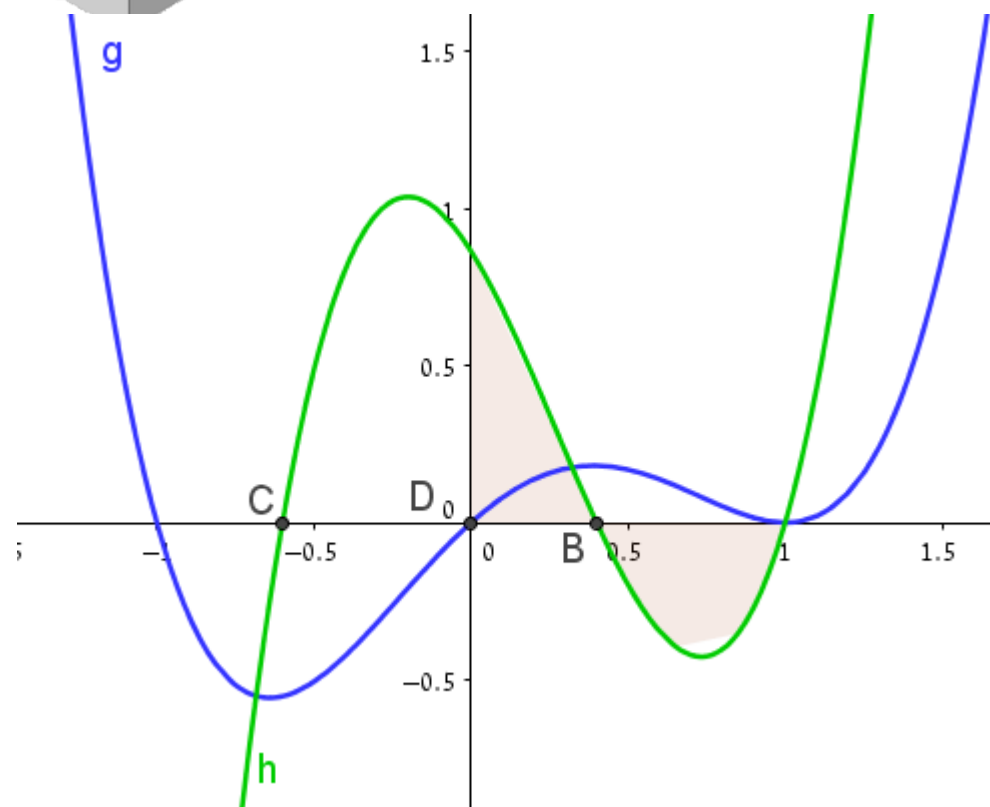
ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ג. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ד. הוכח שהשטח המוגבל על ידי גרף II וציר ה- x (השטח המקווקו בציור)

שווה לשטח המוגבל על ידי גרף II והצירים (השטח המנוקד בציור).





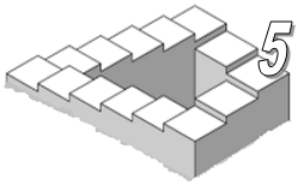
$$g(x) = f'(x), \quad h(x) = f''(x)$$

$$A_1 = g(0.4) - g(0)$$

$$A_2 = -(g(1) - g(0.4))$$

$$g(1) = g(0)$$

$$A_1 = A_2$$



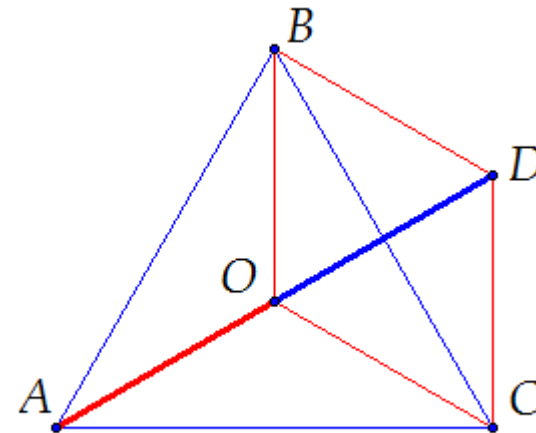
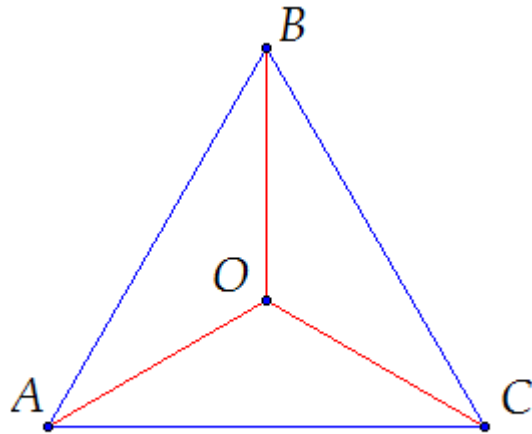
גישה אינטגרטיבית להוראת המתמטיקה

• אם

מש"צ ABC

• אז

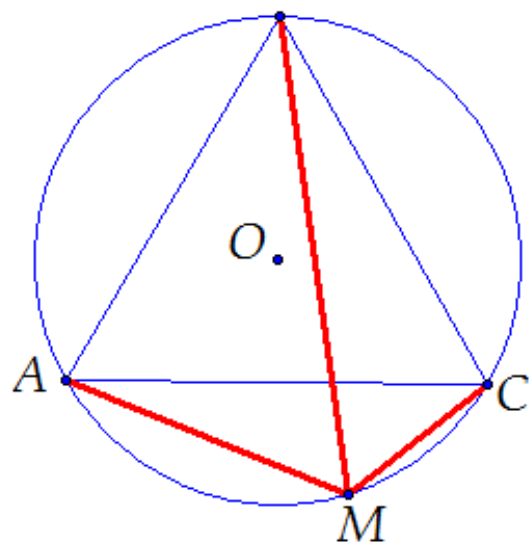
$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$$



$$\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OD}$$



גישה אינטגרטיבית להוראת המרחב



נתון: ▶

מש"צ ABC

מעגל (O, R) חוסם את המשולש

M – נקודה על המעגל

מצא את הסכום: ▶

$$MA^2 + MB^2 + MC^2$$

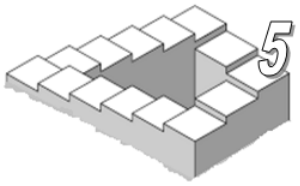
$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 0$$

$$AM^2 + BM^2 + CM^2 =$$

$$= (\vec{MO} + \vec{OA})^2 + (\vec{MO} + \vec{OB})^2 + (\vec{MO} + \vec{OC})^2 =$$

$$= 3MO^2 + OA^2 + OB^2 + OC^2 + 2\vec{MO}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}) =$$

$$= 6R^2$$

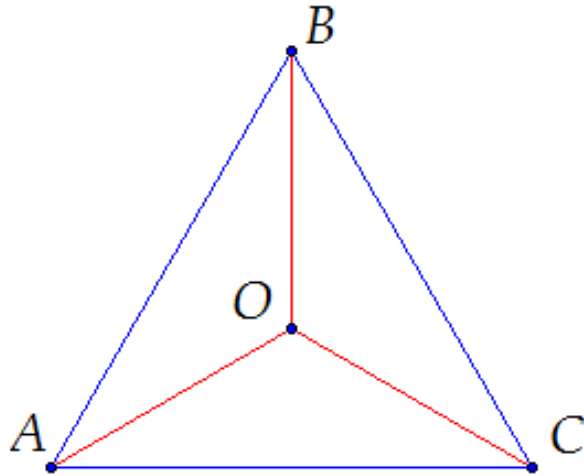


גישה אינטגרטיבית להוראת המתמטיקה

• אם

מש"צ ABC

• אז

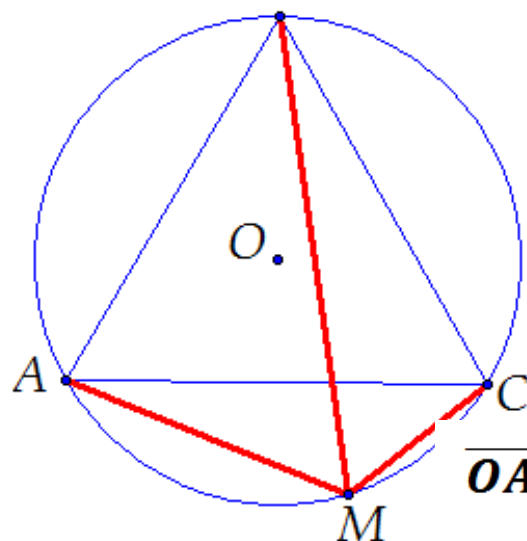


$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$$

**לא משנה את התמונה סביב 120° סיבוב ב
וקטור הסכום לא משתנה**



גישה אינטגרטיבית להוראת המרחב



נתון:

מש"צ ABC

מעגל (O, R) חוסם את המשולש

M – נקודה על המעגל

מצא את הסכום:

$$MA^2 + MB^2 + MC^2$$

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 0$$

$$AM^2 + BM^2 + CM^2 =$$

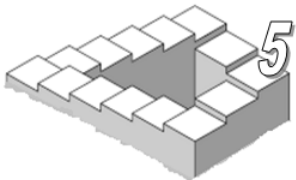
$$= (\vec{MO} + \vec{OA})^2 + (\vec{MO} + \vec{OB})^2 + (\vec{MO} + \vec{OC})^2 =$$

$$= 3MO^2 + OA^2 + OB^2 + OC^2 + 2\vec{MO}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}) =$$

$$= 6R^2$$

הכללה למצולעים משוכללים

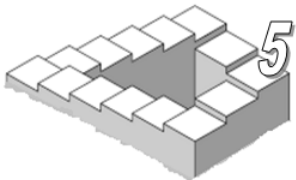
בחירת ההתנסויות הלימודיות – שימוש בכלים יעילים



משימות בהן נדרש מאמץ קוגניטיבי גבוה

(Silver & Mesa, 2011)

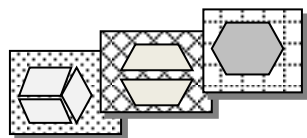
- משימות שדורשות מהתלמידים להסביר, לתאר, להצדיק, להשוות או להעריך.
- משימות שדורשות מהתלמידים להחליט, לבחור, לתכנן, לשאול שאלות או לנסח בעיות.
- משימות שדורשות מהתלמיד לגלות יצירתיות בדרך כלשהי
 - ליישם תהליך מוכר במצב לא מוכר
- משימות שדורשות מהתלמידים עבודה עם ריבוי ייצוגים בדרך משמעותית
 - תרגום ייצוג אחד לאחר
 - העברת משמעות מייצוג אחד לאחר



תבניות דירוג

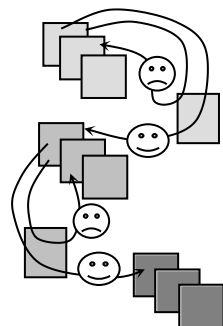
(דירוג קוגניטיבי – דירוג חברתי)

שכבות



- משימות שנבנות בהתאם לתבנית מסוג זה מתבססות על משימה מורכבת, שניתנת לחלוקה לבעיות קטנות יותר, שפתרון מאפשר לפתור את הבעיה המקורית.
- עבודה על משימות מסוג זה תאפשר לתלמידים לבחור באיזה שלב להפחית רמת האתגר.
- המורה יכול לקבוע את רמת האתגר של המשימה שמוצגת לפני התלמיד.

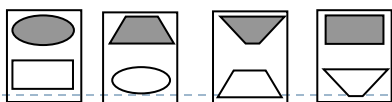
סולמות

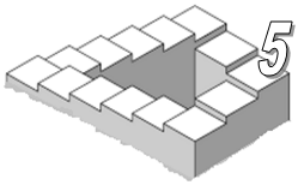


- משימות שנבנות בהתאם לתבנית מסוג זה נבנות כאוספים של בעיות ברמות אתגר שונות. התלמידים פותרים את הבעות לפי קצב אישי.
- הם פותרים בעיות ברמה מסוימת עד שמצליחים לפתור אותה באופן עצמאי.
- תלמידים עוברים לרמת דירוג גבוהה יותר אחרי שמצליחים לפתור בעיה ברמת קודמת.

צירופים

- לפי תבנית זאת משימות ברמות אתגר שונות משולבות בצירופים שונים המאפשרים להתאים רמת האתגר לרמת התלמידים





בהצלחה ▶